6 Branches infinies

1. Condition

La courbe représentative de la fonction f admet une *branche infinie* lorsque ∞ se trouve dans l'ensemble de définition ou après calcul de limite.

2. Classification

a) La droite (horizontale) D : $\boxed{y = b \text{ est } \textit{asymptote horizontale} \text{ si } \lim_{x \to \infty} f(x) = b}$

b) La droite (verticale) D' : $\boxed{x = a \text{ est } \textit{asymptote verticale} \text{ si } \lim_{x \to a} f(x) = \infty}$

c) Si $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ on doit calculer p = $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$

C1 : si $\boxed{\text{p = 0, la courbe admet une } \textit{branche parabolique horizontale}}$(de direction Ox) ;

C2 : si $\boxed{\text{p = } \infty \text{la courbe admet une } \textit{branche parabolique verticale}}$(de direction Oy) ;

C3. Si p est un réel non nul, on devra calculer q = $\lim_{x \to \infty} [f(x) - px]$

C31. Si $\boxed{\text{q est un réel ; alors D'' d'équation y = px + q est } \textit{asymptote oblique}}$ à la courbe ;

C32. Si $\boxed{\text{q = } \infty \text{ alors la courbe admet une } \textit{branche parabolique oblique}}$ de direction y = px ou bien de coefficient directeur p.

3. Autre possibilité

En cas de $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$, si on peut écrire f(x) sous la forme f(x) = g(x) + ε(x) avec $\lim_{x \to \infty} \varepsilon(x) = 0$ alors la courbe d'équation$\boxed{\text{y = g(x) est asymptote}}$ à la courbe de f au voisinage de l'infini.

4. Remarque

Une n'est pas forcément une droite. Elle peut être une courbe. D'habitude c'est l'une des courbes des fonctions de référence qu'on a vues en classe de seconde.

5. Position de la courbe par rapport à son asymptote

Soit C : y = f(x) et D : y = px + q. Les positions relatives de C par rapport à D s'obtiennent =en étudiant les signes de d(x) = f(x) – (pq + q).

- Sid(x) = 0, les deux courbe se coupent ;
- Si d(x) > 0 sur un intervalle I alors C est au-dessus de D ;
- Si d(x) < 0 sur I alors C est au-dessous de D.

Auteur: *Mr Toavinkaja enseignant au lycée Andohalo*