BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL 2008

SERIE D

Physique Chimie

CHIMIE ORGANIQUE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

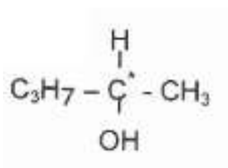
- *Préciser les notions de structure moléculaire, en particulier les notions de structures dans l'espace : la structure spatiale des molécules influe beaucoup sur leur réactivité dans la chimie du monde vivant ;*
- *Présenter le fait que les composés organiques ayant des groupes identiques d'atomes ont des propriétés analogues et, en particulier, donnent lieu à des réactions identiques ;*
- *Montrer que les groupes fonctionnels peuvent être transformés les uns dans les autres.*

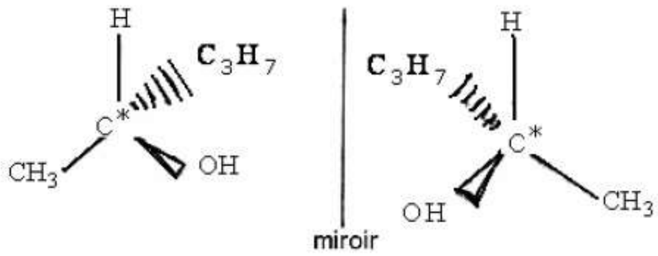
CHIMIE ORGANIQUE

1) Le pentan-2-ol est une molécule chirale.
   Donner la représentation spatiale des deux énantiomères de cet alcool.
2) On réalise l'oxydation ménagée de 17,6g de cet alcool avec le dichromate de potassium ($2K^+$; $Cr_2O_7^{2-}$) en milieu acide
   a) Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
   b) Calculer la masse du produit organique obtenu.
   On donne :
   - Les masses molaires atomiques (en $g.mol^{-1}$) : M(H)=1 ; M(C)=12, M(O)=16
   - $E^0(C_5H_{10}O) / E^0(C_5H_{12}O) < E^0(Cr_2O_7^{2-}) / E^0(Cr^{3+})$

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	- Définir les termes suivants : molécule chirale, énantiomère
2a	- Identifier une réaction d'oxydation et une réaction de réduction - Identifier un oxydant et un réducteur - Écrire une réaction d'oxydoréduction
2b	- Utiliser la stœchiométrie et en déduire la masse du produit obtenu

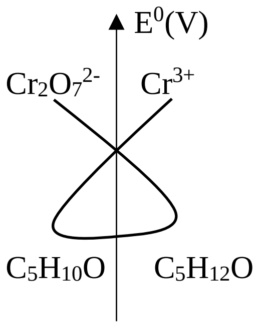
1) Le pentan-2-ol est une molécule chirale, la représentation spatiale de ses deux énantiomères est :
   Formule semi-développé : $CH_3-CH_2-CH_2-CHOH-CH_3$

Ou 



2) On réalise l'oxydation ménagée de pentan-2-ol avec le dichromate de potassium ($2K^+$; $Cr_2O_7^{2-}$) en milieu acide

a) L'équation-bilan de la réaction est :
L'oxydation ménagée du pentan-2-ol (alcool II) conduit à la formation du pentan-2-one (cétone)



$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$
$$(C_5H_{12}O \rightarrow C_5H_{10}O + 2H^+ + 2e^-) \times 3$$
$$3C_5H_{12}O + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3C_5H_{10}O + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

b) La masse du produit organique obtenu est :

$$3C_5H_{12}O + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3C_5H_{10}O + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

3mol 3mol

n_A n_B [A : alcool et B : cétone]

Stœchiométrie : $\frac{n_A}{3} = \frac{n_B}{3} \Rightarrow n_A = n_B \Rightarrow \frac{m_A}{M_A} = \frac{m_B}{M_B}$

$$\boxed{m_B = \frac{M_B}{M_A} \times m_A}$$

$$m_B = \frac{86}{88} \times 17,6$$

$$\boxed{m_B = 17,2g}$$

CHIMIE GENERALE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Rappeler puis compléter les notions fondamentales vues dans les antérieures en chimie organique et en acidobasicité ;*
- *Décrire l'importance pratique de la chimie ;*
- *Écrire correctement les équations bilans des réactions chimiques ;*

On considère une solution aqueuse d'acide monochloroéthanoÏque $CH_2C\ell COOH$ de concentration molaire C_A= 5.10^{-2}mol.ℓ^{-1}. A 25°C, le pH de cette solution est égal à 2,1.

1) Vérifier que l'acide monochloroéthanoÏque est un acide faible.
2) Calculer le pK_A du couple $CH_2C\ell COOH/CH_2C\ell COO^-$.
3) Quel volume V_B d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_A=10^{-1}$mol.ℓ^{-1} doit-on ajouter à un volume V_A=20mℓ de la solution d'acide monochloroéthanoique pour obtenir une solution dont le pH est égal au pK_A ?
   On donne : log2≈0,3 ; log3≈0,5

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	- Montrer qu'un acide est faible
2	- Déterminer la concentration molaire des espèces chimiques présente dans une solution aqueuse de monochloroéthanoique ***Remarque :*** *suivre les étapes suivantes :* → *Ecrire l'équation bilan des réactions mis en jeux* → *Faire l'inventaire des espèces chimiques présent dans le mélange* → *Ecrire la relation de l'éléctroneutralité d'une solution* - Ecrire la relation de la conservation de la matière - Définir le pKA d'un couple acide/base
3	- Définir une solution tampon (pH=pKA : démi-équivalence)

1) Vérifions que l'acide monochloroéthanoÏque est un acide faible :

   Supposons que d'acide monochloroéthanoÏque $CH_2C\ell COOH$ est un acide fort, alors on peut écrire :

$$\mathrm{pH} = -\log\mathrm{C} \quad \Rightarrow \mathrm{pH} = -\log(5.10^{-2})$$

$$\mathrm{pH} = 1{,}3 \neq 2{,}1$$

   Conclusion : l'acide monochloroéthanoÏque est un acide faible

2) Le pK_A du couple $CH_2C\ell COOH/CH_2C\ell COO^-$.est :

   L'équation bila de la réaction qui aura lieu est :

   $CH_2C\ell COOH + H_2O \leftrightarrows CH_2C\ell COO^- + H_3O^+$

   Inventaires des espèces chimiques présents dans le mélange :

   Cation: H_3O^+

   Anions: OH^-, $CH_2C\ell COO^-$

   Molecules: H_2O, $CH_2C\ell COOH$

   Avec: $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,1}$

   A 25°C, Le produit ionique de l'eau donne:

$[OH^-] \times [H_3O^+] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-pH}}$

$[H_3O^+] = 7{,}94.10^{-3} mol/\ell$ et $[OH^-] = 1{,}26.\,10^{-12} mol/\ell$

La solution étant électriquement neutre, on a:

$[H_3O^+] = [OH^-] + [CH_2C\ell COO^-]$

La solution est acide: $[H_3O^+] >>> [OH^-]$

D'où : $[H_3O^+] = [CH_2C\ell COO^-]$

$[CH_2C\ell COO^-] = 7{,}94.10^{-3} mol/\ell$

La conservation de matière permet d'écrire :

$C_A = [CH_2C\ell COO^-] + [CH_2C\ell COOH]$

$[CH_2C\ell COOH] = C_A - [CH_2C\ell COO^-] \Rightarrow [CH_2C\ell COOH] = 5.10^{-2} - 7{,}94.10^{-3}$

$[CH_2C\ell COOH] = 4{,}21.10^{-2}\ mol/\ell$

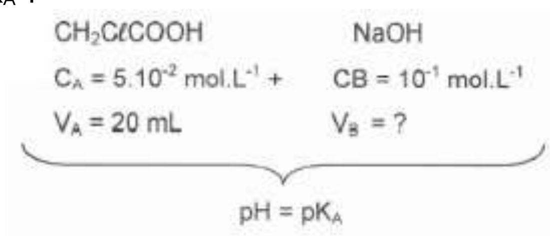
Par définition le pK_A du couple $CH_2C\ell COOH/CH_2C\ell COO^-$.est définie par :

$$pK_A = pH - \log(\frac{[CH_2C\ell COO^-]}{[CH_2C\ell COOH]})$$

$$pK_A = 2{,}1 - \log(\frac{7{,}94.10^{-3}}{4{,}21.10^{-2}})$$

$$\boxed{pK_A = 2{,}82}$$

3) volume V_B d'une solution d'hydroxyde de sodium versé pour obtenir une solution dont le pH est égale au pK_A ?



A l'équivalence : $n_A = n_B$ c'est-à-dire $C_A V_A = C_B V_{BE}$

A la demi-équivalence, on a $V_{B\,(pH=pK_A)} = \frac{V_{BE}}{2} \Leftrightarrow V_{BE} = 2.V_{B\,(pH=pK_A)}$

$C_A V_A = 2 C_B V_B$

$V_B = \frac{C_A V_A}{2.C_B}$

$V_B = \frac{5.10^{-2}.20}{2.10^{-1}}$

$$\boxed{V_B = 5 m\ell}$$

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Définir les notions d'images et d'objets réels et virtuels ;*
- *Décrire l'importance des lentilles*

1) On place perpendiculairement à l 'axe principal d'une lentille mince L_1, de centre optique O_1, de distance focale f'_1=20cm, un objet lumineux AB de 4 cm de hauteur, à 70 cm devant la lentille L_1
   a) Déterminer, par calcul, les caractéristiques (position, nature, sens et grandeur) de l'image A_1B_1 de AB.
   b) Vérifier graphiquement les résultats.
2) Au foyer image de L_1, on place une lentille mince divergente L_2 de centre optique O_2 et de distance focale f'_2=-16cm. Les deux lentilles L_1 et L_2 ont le même axe optique. Placer la lentille L_2 et construire graphiquement l'image définitive A'B' de l'objet AB par le système formé par les lentilles L_1 et L_2.
   Echelle : 1/10 suivant l 'axe optique et en vraie grandeur pour l 'objet AB.

N° question	***Objectifs spécifiques***
1a	- Appliquer les relations suivantes : $\rightarrow$ *Relation de conjugaison* $\rightarrow$ *Relation de grandissement*
1b	- Déterminer les caractéristiques (*position, nature, sens et taille)* de l'image d'un objet
,2	- Construire l'image, donnée par une lentille mince, d'un objet

1) (L_1) : lentille mince convergente de centre optique O_1 et de distance focale f'_1=20cm, AB est un objet lumineux de 4 cm de hauteur, à 70 cm devant la lentille (L_1)
   a) Les caractéristiques (position, nature, sens et grandeur) de l'image A_1B_1 de AB sont :

      D'après la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{\overline{O_1F'_1}} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A}.\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_1A}+\overline{O_1F'_1}}$$

$$\overline{O_1A} = -70\text{cm} \quad \overline{O_1F'_1} = 20\text{cm} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{-70.20}{20-70} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = 28 \text{ cm.}$$

__Position__ : l'image A_1B_1 se trouve à 28cm devant la lentille.

__Nature__ : $\overline{O_1A_1} > 0$, on a une image réelle.

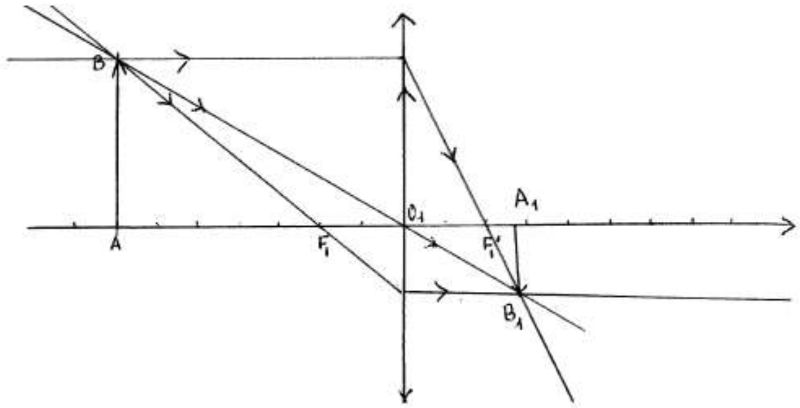
Le grandissement donne : $\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1B_1}}{\overline{OA}} \Rightarrow \gamma = \frac{28}{-70} = -0{,}4$

__Sens__ : γ<0, on a une image renversée par rapport à l'objet.

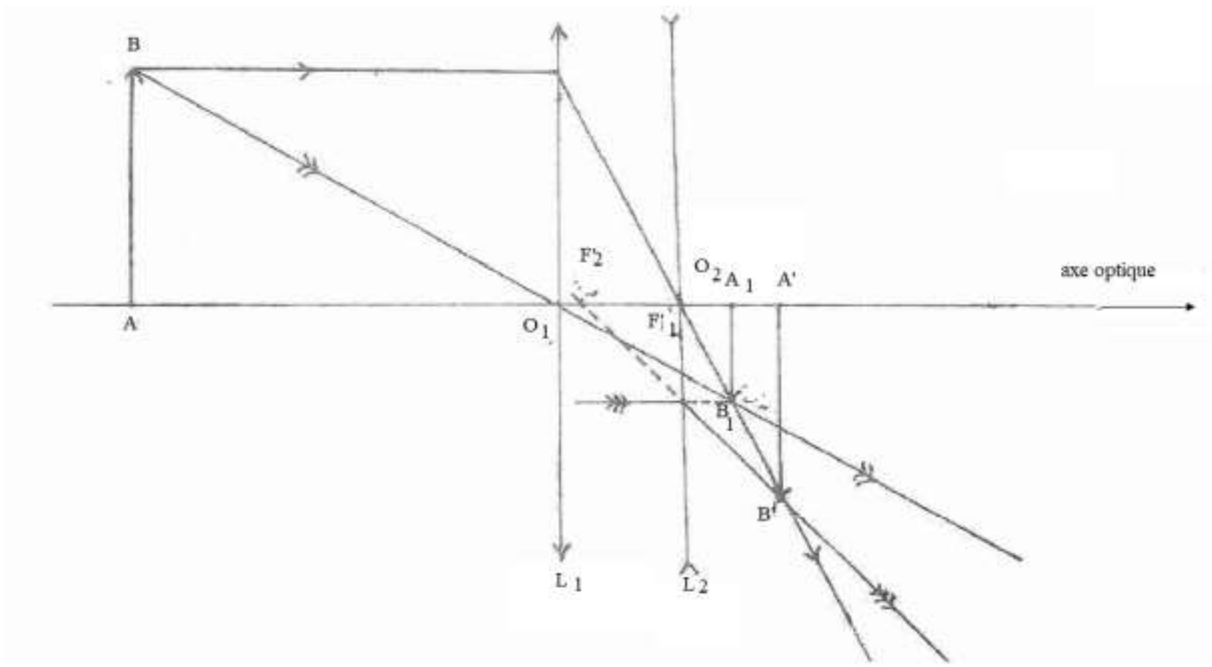
$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 0{,}4 \Leftrightarrow \overline{A'B'} = 0{,}4\overline{AB}$

__Taille__ : l'image A_1B_1 a une hauteur de 1,6cm.

b) Vérification graphiquement des résultats :



2) Construction de l'image définitive A'B' de l'objet AB par le système formé par les lentilles L_1 et L_2.



PHYSIQUE NUCLEAIRE ET ATOMIQUE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Écrire les équations bilans des réactions nucléaires ;*
- *Énumérer les applications pratiques de l'énergie nucléaire*

Le noyau de sodium ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ est radioactif de type β^- Sa demi-vie est T=15 heures.

1) Ecrire l'équation de désintégration du noyau de sodium ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ en indiquant les lois utilisées ?
2) Un échantillon contient une masse m_0=4mg de noyau de sodium ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ à la date t=0.
   a) Définir l 'activité radioactive d'un échantillon.
   b) Calculer, en becquerels, l'activité radioactive de l'échantillon à la date t=45heures.
   On donne :
   Extrait du tableau de classification périodique

Numéro atomique	9	10	11	12	13
Symbole	F	Ne	Na	Mg	Al

- Nombre d'Avogadro: N=6,02.10^{23} mol^{-1}
- Masse molaire atomique du sodium 24 : M(Na) = 24 $g.mol^{-1}$
- ln2≈0,70

N° question	Objectifs spécifiques
1	- Ecrire correctement une équation bilan d'une réaction nucléaire, en utilisant la loi de Soddy → *Conservation du nombre de masse* → *Conservation du nombre de charge*
2a	- Définir l'activité radioactive
2b	- Exploiter la loi de décroissance radioactive

1) Le noyau de sodium ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ est radioactif de type β^- Sa demi-vie est T=15 heures. L'équation de désintégration du noyau de sodium ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ est :

$$ {}^{24}_{11}\mathrm{Na} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\beta^- + {}^{0}_{0}\bar{\nu} $$

D'après la loi de SODDY

- Conservation du nombre de masse : 24=A
- Conservation du nombre de charge : 11=Z-1 ⇒ Z=12

$$ \boxed{{}^{24}_{11}\mathrm{Na} \longrightarrow {}^{24}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{0}_{-1}\beta^- + {}^{0}_{0}\bar{\nu}} $$

2) Un échantillon contient une masse m_0=4mg de noyau de sodium ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ à la date t=0.
   a) L'activité radioactive est le nombre de désintégration qui se produit par unité de temps
   b) L'activité radioactive de l'échantillon à la date t=45heures.

On a : t=nT, il reste $A = \frac{A_0}{2^n}$ (n=t/T)

Avec : $A_0 = \lambda N_0$ et $N_0 = \frac{m_0 \times N}{M}$, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

$$ \boxed{A = \frac{\ln 2 . m_0 . N}{2^3 . T . M}} $$

$$A = \frac{\ln 2 \times 4.10^{-3} \times 6,02 \times 10^{23}}{15 \times 60 \times 60 \times 24 \times 8} = 1,61.10^{14}$$

$$\boxed{A = 1,62.\,10^{14}\,\mathrm{Bq}}$$

ELECTROMAGNETISME

Objectif générale

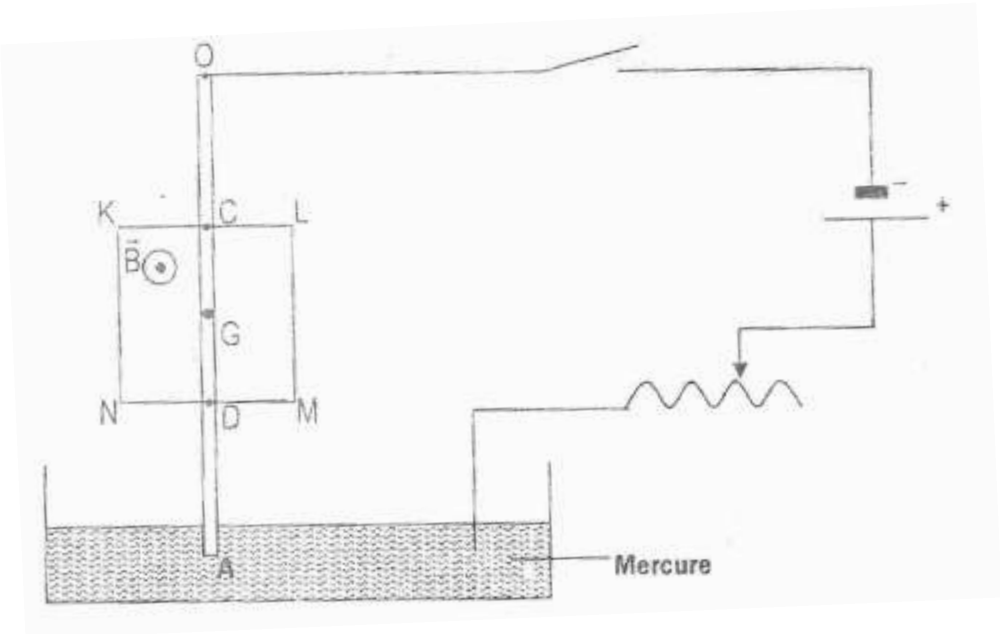
L'élève doit être capable de (d') :

- *Définir le vecteur champ magnétique créé par un courant ;*
- *Définir les vecteurs forces de Lorentz et de Laplace ;*
- *Définir la f. e.m. d'auto-induction ;*
- *Décrire le phénomène de décharge d'un condensateur dans une bobine ;*
- *Déterminer les grandeurs caractéristiques de la réponse d'un circuit (R, L, C) à une excitation sinusoïdale forcée ;*

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

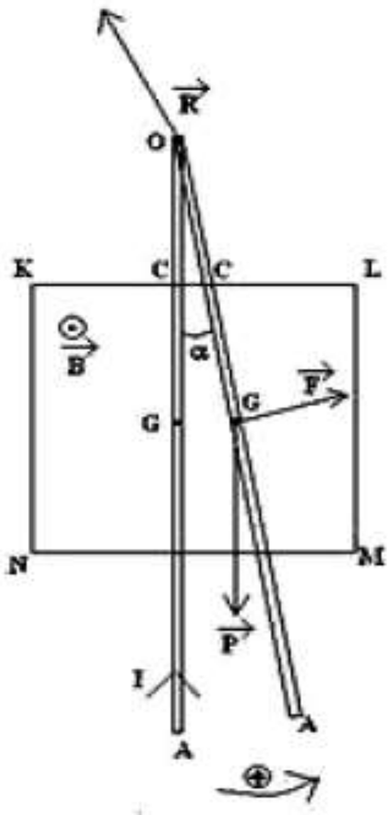
On réalise l 'expérience représentée par la figure1. La tige OA est un conducteur électrique rigide, homogène, de masse m=50 g et de longueur OA=ℓ=40 cm. Elle peut osciller, dans le plan vertical, autour d'un axe horizontal passant par le point O.
Une partie CD de cette tige, de longueur CD=ℓ/2=20cm, est plongée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ d'intensité $B=3{,}25.10^{-2}$T. Le champ magnétique est délimité dans le plan vertical par le rectangle KLMN. Le centre d'inertie G de la tige se trouve au milieu de [CD].
On ferme l'interrupteur, un courant d'intensité I=20A passe dans le circuit. La tige s'incline d'un angle α par rapport à la verticale.
Tous les frottements sont négligeables et on prendra $g=10m.s^{-2}$ pour l'intensité de la pesanteur.



1) Représenter les forces appliquées à la tige OA lorsqu'elle est en équilibre.
2) A l'équilibre, déterminer l'angle α.

N° question	*Objectifs spécifiques*
1	- Déterminer les forces appliquées sur une tige plongeant dans un champ magnétique
2	- Ecrire la relation vectorielle d'un solide corps à des forces à l'équilibre.

1) Les forces appliquées à la tige OA lorsqu'elle est en équilibre sont :



2) La valeur de l'angle α est :
Système : {barre (m ; ℓ)}
Bilan des forces appliquées :
   - $\vec{P}$: Poids de la barre de masse m appliquées en G
   - $\vec{R}$: Réaction de l'axe en O
   - $\vec{F}$: Force de Laplace en G tel que $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

A l'équilibre de barre : $\sum \mu\,(\vec{F}) = \vec{0}$

$$\mu_\Delta\left(\vec{P}\right) + \mu_\Delta\left(\vec{F}\right) + \mu_\Delta\left(\vec{R}\right) = 0$$

Or $\mu_\Delta\left(\vec{P}\right) = -P.\,OG \sin\alpha$

$\mu_\Delta\left(\vec{F}\right) = F\,.\,OG \qquad \mu_\Delta\left(\vec{R}\right) = 0$

$-P.\,OG \sin\alpha + F\,.\,OG = 0$

Or : F=Iℓ'Bsin90°

ℓ' est la partie plongé dans le champ magnétique alors :

$$\Rightarrow \ell' = \frac{CD}{\cos\alpha} \Rightarrow \ell' = \frac{\ell}{2\cos\alpha} \quad \Rightarrow F = \frac{I\ell B}{2\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{I\ell B}{2\cos\alpha}\frac{\ell}{2} - mg\frac{\ell}{2}\sin\alpha = 0 \Rightarrow \frac{I\ell B}{2\cos\alpha} = mg\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{I\ell B}{mg} = 2\cos\alpha\sin\alpha \quad \Rightarrow \sin(2\alpha) = \frac{I\ell B}{mg} \quad \Rightarrow 2\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{I\ell B}{mg}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{20.40.10^{-2}.3{,}25\,10^{-2}}{50.10^{-3}\,10}\right)$$

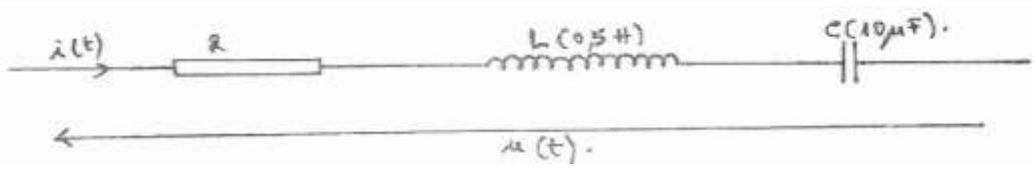
$$\boxed{\alpha = 15{,}7°}$$

Partie B

Un circuit électrique comprend, en série, un conducteur ohmique de résistance R, une bobine d'inductance L=0,5 H, de résistance négligeable et un condensateur de capacité C=1OµF.
On applique aux bornes de ce circuit une tension sinusoïdale de fréquence N=50Hz et de valeur efficace U=25 V

1) Calculer R sachant que l'impédance du circuit vaut Z=164Ω
2) Calculer l'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit.

N° question	*Objectifs spécifiques*
1	- Définir l'impédance d'un circuit (RLC)
2	- Définir l'intensité efficace



1) Valeur de R
Pour un circuit (RLC) série :

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \text{ avec } \omega=2\pi N$$

$$R = \sqrt{Z^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$R = \sqrt{164^2 + (100\pi \times 0{,}5 - \frac{1}{100\pi \times 10.10^{-6}})^2}$$

$$\boxed{R = 30\Omega}$$

2) L'intensité efficace I du courant qui traverse le circuit

$$U = ZI \iff I = \frac{U}{Z}$$

$I = \frac{25}{164}$

$$\boxed{\mathrm{I} = 0{,}15\mathrm{A}}$$

PROBLEME DE MECANIQUE

Objectifs généraux

L'élève doit être capable de :

- *Définir le système à étudier, à préciser les conditions initiales, à écrire et exploiter les équations du mouvement ;*
- *Rappeler les notions de quantité de mouvement, de force, d'énergie cinétique et de travail.*

Les parties A et B sont indépendantes.

On néglige les forces de frottement et on prend pour l'intensité de pesanteur g=10 $m.s^{-2}$

Partie A

Un ressort à spires non jointives, de constante de raideur k=50$N.m^{-1}$, de masse négligeable est posé sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l 'horizontale.
Son extrémité inférieure est fixée en A à une butée fixe. Un solide ponctuel S de masse m=100g est fixé à son extrémité supérieure (figure 2).
On munit l 'axe du ressort d'un repère d'espace Ox orienté selon la figure 2. O étant la position du solide S au repos, on tire S vers le haut au point C tel que OC = x_0=4,5cm et on l'abandonne sans vitesse à l'instant t = 0.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de S.
2) Etablir l'équation horaire du mouvement de S.

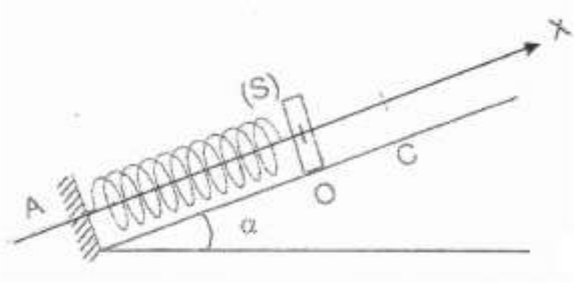
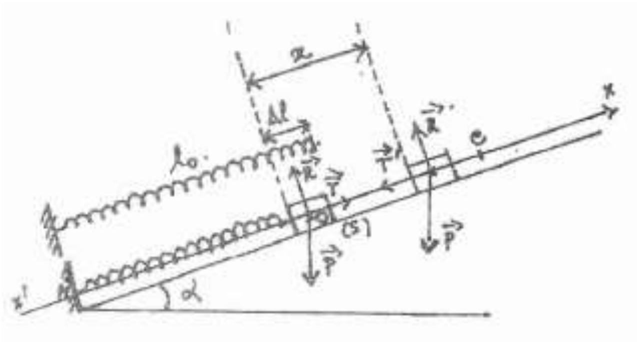


Figure 2

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	- Etudier un oscillateur mécanique - Utiliser le théorème du centre d'inertie pour trouver son équation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$
2	- Montrer qu'une équation différentielle admet des solutions. Une des solutions est de la forme: $x(t) = x_m \sin(\omega t + \varphi)$

1) L'équation différentielle du mouvement de S est :



Système à étudié : {solide S (m) + ressort}

Inventaires des forces appliquées sur le solide S :

- $\vec{P}$: poids du solide S de masse m
- $\vec{T}$: tension exercé par le ressort sur le solide
- $\vec{R}$: Réaction du plan

A l'équilibre : $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$$

En projetant suivant l'axe $x'Ox$: $k\Delta\ell - mg.\sin\alpha = 0$

Etudes en mouvement :

D'après le théorème de centre d'inertie (TCI) : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe $x'Ox$: $-k(x - \Delta\ell) - mg.\sin\alpha = ma_x$

$$-kx + k\Delta\ell - mg.\sin\alpha = m\ddot{x} \quad \text{avec} \quad k\Delta\ell - mg.\sin\alpha = 0$$

$$-kx = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

2) Equation horaire du mouvement de S.

Cette équation horaire est la solution de l'équation différentielle : $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

$$x(t) = x_m\sin(\omega t + \varphi)$$

Avec : $x_m = 4{,}5cm = 4{,}5.10^{-2}m$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{50}{0{,}1}} \Rightarrow \omega = 22{,}4\text{rad/s}$

Détermination de φ

La valeur de φ dépend des conditions initiale c'est-à-dire :

A t=0$\Rightarrow \begin{cases} x(0) = x_m \\ v_x(0) = 0 \end{cases}$

$x(0) = x_m \Rightarrow x(0) = x_m\sin(\omega\,.0 + \varphi) \Rightarrow x_m = x_m\sin(\varphi)$

$\sin(\varphi) = 1 \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\text{rad}$

$$\boxed{x(t) = 4{,}5.10^{-2}\sin(22{,}4t + \tfrac{\pi}{2}) \quad (x \text{ en m et } t \text{ en s})}$$

Partie B

On considère une poulie assimilable à un cerceau homogène de centre O, de masse M et de rayon R. La poulie peut tourner autour d'un axe fixe (Δ), horizontal et perpendiculaire à son plan (figure 3). Un fil inextensible, de masse négligeable, est enroulé sur la poulie par l'une de ses extrémités. L'autre extrémité du fil supporte un solide ponctuel S de masse m=100

g. Le solide est abandonné sans vitesse initiale. On suppose que le fil se déroule sans glisser sur la gorge de la poulie.

1) Etablir l'expression littérale de l'accélération linéaire a du solide S en fonction de M, m et g.
2) Sachant que a = 2 $m.s^{-2}$, calculer M.
3) Initialement, le solide S se trouve à la hauteur h=1m du sol. Calculer sa vitesse lorsqu'il touche le sol.

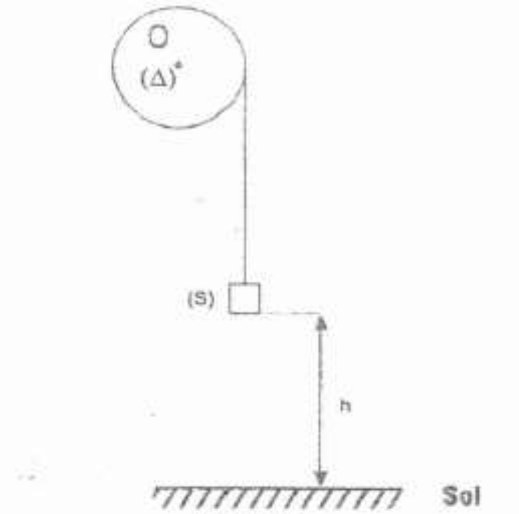
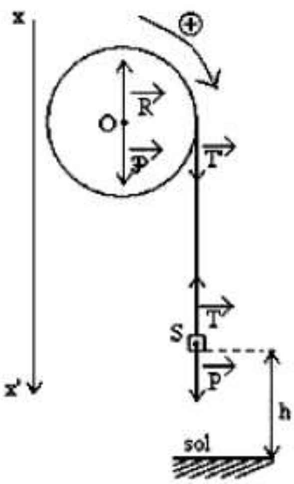


Figure 3

N° question	Objectifs spécifiques
1	- Utiliser la relation fondamentale de la dynamique (TCI et TAA) ou autre méthode : étude énergétique
2	- Calculer l'accélération du mouvement
3	- Utiliser le théorème de l'énergie cinétique ou la relation indépendante du temps (accélération constante : MRUV)

1) Expression littérale de l'accélération linéaire a du solide S en fonction de M, m et g.



Système {solide S (m)}
Bilan des forces appliquées sur le solide ponctuel :

- $\vec{P'}$: poids du solide S de masse m
- $\vec{T'}$: tension exercé par le fil sur le solide S

En appliquant le théorème du centre d'inertie (TCI) :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$$

En projetant suivant l'axe $x'Ox$: $mg - T' = ma \quad (1)$

Système {cerceau (M ; R)}
Bilan des forces appliquées sur le cerceau :

- $\vec{P}$: poids du cerceau de masse M et de rayon R
- $\vec{T}$: tension exercé par le fil sur le cerceau
- $\vec{R}$: Réaction de l'axe (Δ) en O

En appliquant le théorème de l'accélération angulaire (TAA) :

$$\sum \mu\left(\vec{F}\right) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\vec{\mu}_\Delta\left(\vec{P}\right) + \vec{\mu}_\Delta\left(\vec{T'}\right) + \vec{\mu}_\Delta\left(\vec{R}\right) = J_\Delta \ddot{\theta}$$

$$\text{or } \vec{\mu}_\Delta\left(\vec{P}\right) = \vec{\mu}_\Delta\left(\vec{R}\right) = 0$$

$$\vec{\mu}_\Delta\left(\vec{T'}\right) = T'R$$

$$T.R = J_\Delta \ddot{\theta} \quad or \quad a = R\ddot{\theta} \quad et \quad J_\Delta = MR^2$$

$$T.R = MR^2 \frac{a}{R} \Rightarrow T = Ma \quad (2)$$

En additionnant membre à membre l'équation (1) et (2) (*remarque* T=T')

$$+\begin{cases} mg - T' = ma \\ T = Ma \end{cases}$$

$$mg = (m + M)a$$

$$\boxed{a = \frac{mg}{m + M}}$$

Autre méthode : *étude énergétique* :

$$\Delta Ec = \sum W(\vec{F})$$

$$Ec - Ec_0 = w(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$Ec = w(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}^2 = mgx \quad or \quad v = R\dot{\theta} \quad et \quad J_\Delta = MR^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MR^2 \frac{v^2}{R^2} = mgx$$

$$\frac{1}{2}(m + M)v^2 = mgx$$

En dérivant membre à membre par rapport au temps t

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}(m + M)v^2\right] = \frac{d}{dt}(mgx)$$

$\frac{1}{2}(m+M)2av = mgv$

$mg = (m+M)a$

$$\boxed{a = \frac{mg}{m+M}}$$

2) Sachant que $a = 2$ m.s^{-2}, la valeur de M est :

On a vu que $a = \frac{mg}{m+M} \Rightarrow M = m(\frac{g}{a} - 1)$

$$\Rightarrow M = 100(\frac{10}{2} - 1)$$

$$\boxed{M = 400g}$$

3) Initialement, le solide S se trouve à la hauteur $h = 1m$ du sol. Sa vitesse lorsqu'il touche le sol est :

L'accélération est constante, le solide S est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié, en appliquant la relation indépendante du temps (RIT)

$$\Delta v^2 = 2a\Delta x \Leftrightarrow v_S^2 - v_0^2 = 2ah$$

$$v_s = \sqrt{2ah} \Rightarrow v_s = \sqrt{2 \times 2 \times 1}$$

$$\boxed{v_s = 2m/s}$$