BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL 2008

SERIE C

Physique Chimie

CHIMIE ORGANIQUE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Préciser les notions de structure moléculaire, en particulier les notions de structures dans l'espace : la structure spatiale des molécules influe beaucoup sur leur réactivité dans la chimie du monde vivant ;*
- *Présenter le fait que les composés organiques ayant des groupes identiques d'atomes ont des propriétés analogues et, en particulier, donnent lieu à des réactions identiques ;*
- *Montrer que les groupes fonctionnels peuvent être transformés les uns dans les autres.*

1) La combustion complète de 3,7g d'un alcool chiral A dans le dioxygène produit 4,5g d'eau. Déterminer la formule semi-développée et le nom de A.
2) Ecrire l'équation bilan de la réaction entre le butan-2-ol et l'ion dichromate $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide.
3) On mélange 11,1g de butan-2-ol et 9g d'acide éthanoïque. Au bout d'une journée, la composition du mélange n'évolue plus ; on constate que le pourcentage d'acide estérifié est égal à 67%
   Calculer la masse d'ester formé.
   On donne: - Masses molaires ($g.mol^{-l}$):M(H)=1 ; M(C)=12, M(O)=16
   $E^0(C_4H_8O) / E^0(C_4H_{10}O) < E^0(Cr_2O_7^{2-}) / E^0(Cr^{3+})$

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	Définir les termes suivants: combustion complète, molécule chirale
2	- Identifier une réaction d'oxydation et une réaction de réduction - Identifier un oxydant et un réducteur - Écrire une réaction d'oxydoréduction
3	- Définir un mélange équimolaire - Définir le taux d'alcool estérifié

1) La formule semi-développée de A est :

$$C_nH_{2n+2}O \quad + \quad (\tfrac{3n}{2})\, O_2 \;\rightarrow\; n\, CO_2 \quad + \quad (n+1)\, H_2O$$

3,7g   4,5g

$M(C_nH_{2n+2}O)$ $(n+1)\, M(H_2O)$

$\frac{3,7}{14n+18} = \frac{4,5}{18n+18} \Rightarrow 3,7(18n+18)=4,5(14n+18) \Rightarrow n=4$

Formule brute: $C_4H_{10}O$

Formule semi-développée et nom de l'alcool A:

A est un alcool chiral, donc il possède un carbone asymétrique

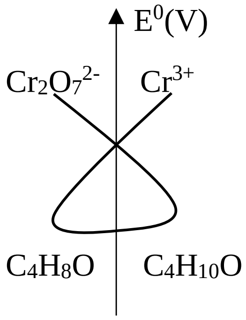
$CH_3 - CH_2 - C^{*}HOH - CH_3$

Butan-2-ol

2) L'équation bilan de la réaction entre le butan-2-ol et l'ion dichromate $Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide est :

Potentiel Standard: $E^0(C_4H_8O) / E^0(C_4H_{10}O) < E^0(Cr_2O_7^{2-}) / E^0(Cr^{3+})$

L'oxydation ménage de butan-2-ol (alcool secondaire) conduit à la formation de butan-2-one (cétone)



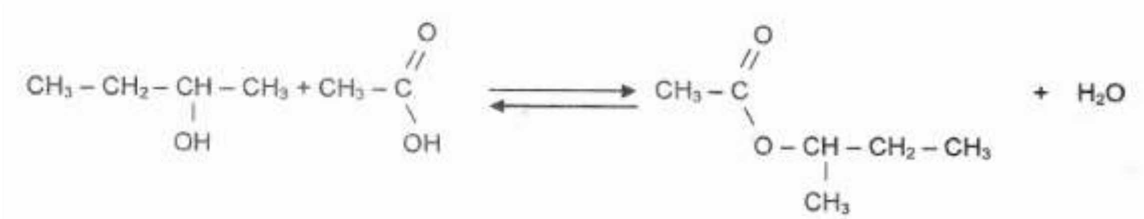
$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

$$(\ C_4H_{10}O \rightarrow C_4H_8O + 2H^+ + 2e^-\ ) \times 3$$

$$3C_4H_{10}O + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightarrow 3C_4H_8O + 2Cr^{3+} + 7H_2O$$

3) La masse d'ester formé est :

L'équation bilan de la réaction d'estérification est :



1mol n_A 1mol n_B 1mol n_E

A : alcool, B : acide et E : ester

Quantité de matière: $n = \frac{m}{M}$ avec $n_A = \frac{11,1}{74} = 0,15\text{mol}$ et $n_B = \frac{9,0}{60} = 0,15\text{mol}$

Stœchiométrie : $\frac{n_A}{1} = \frac{n_B}{1} = 0,15\text{mol} \Rightarrow$ le mélange est équimolaire

$r = \frac{n_E}{n_A} \times 100 \Rightarrow n_E = \frac{67}{100} n_A \Rightarrow n_E = \frac{67}{100} \times 0,15 \Rightarrow n_E = 10,05.10^{-2}\text{mol}$

$m_E = n_E \times M_E \Rightarrow m_E = 10,05.10^{-2} \times 116$

$$\boxed{m_E = 11,65g}$$

CHIMIE GENERALE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Rappeler puis compléter les notions fondamentales vues dans les antérieures en chimie organique et en acidobasicité ;*
- *Décrire l'importance pratique de la chimie ;*
- *Écrire correctement les équations bilans des réactions chimiques.*

On mélange, à 25°C, deux solutions de même concentration :

- Une solution de chlorure de méthylammonium ($CH_3 - NH_3^+$; $C\ell^-$) de volume V_A
- Une solution de méthylamine ($CH_3 – NH_2$) de volume V_B

1) On admet que : $[H_3O^+] << [OH^-] << [C\ell^-]$; montrer que : $\frac{[CH_3-NH_2]}{[CH_3-NH_3^+]} = \frac{V_B}{V_A}$
2) A partir de l'expression de la constante d'acidité du couple $CH_3 - NH_3^+/ CH_3 - NH_2$
   Etablir la relation entre le pH du mélange, le pKa du couple acide base, V_A et V_B
3) Sachant que le volume du mélange est de 90mℓ et son pH est égal à 11.
   Calculer V_A et V_B.
   On donne : $pK_A(CH_3- NH_2 / CH_3 – NH^3+)$=10,7 et log2≈0,3.

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	- Déterminer la concentration molaire des espèces chimiques présente dans un mélange de méthylammonium et de méthylamine ***Remarque :*** *suivre les étapes suivantes :* → *Ecrire l'équation bilan des réactions mis en jeux* → *Faire l'inventaire des espèces chimiques présent dans le mélange* → *Ecrire la relation de l'éléctroneutralité d'une solution* → *Ecrire la relation de la conservation de la matière*
2	- Définir le pK_A d'un couple acide base
3	- Exploiter la relation obtenue dans la question 2°)

1) En admettant que : $[H_3O^+] << [OH^-] << [C\ell^-]$; montrons que : $\frac{CH_3-NH_2}{CH_3-NH_3^+} = \frac{V_B}{V_A}$

   Les réactions qui se produisent dans le mélange sont :

$$(CH_3 - NH_3^+, C\ell^-) \longrightarrow CH_3 - NH_3^+ + C\ell^-$$
$$CH_3NH_3^+ + H_2O \rightleftharpoons CH_3NH_2 + H_3O^+$$
$$CH_3NH_2 + H_2O \rightleftharpoons CH_3NH_3^+ + OH^-$$
$$H_3O^+ + OH^- \rightleftharpoons 2H_2O$$

   Inventaires des espèces chimiques présents dans le mélange :

   Cations: H_3O^+, $CH_3 - NH_3^+$

   Anions: OH^-, $C\ell^-$

   Molécule : H_2O, $CH_3 - NH_2$

La solution étant électriquement neutre, on a:

$[H_3O^+] + [CH_3 - NH_3^+] = [OH^-] + [C\ell^-]$

Or: $[H_3O^+] << [OH^-] << [C\ell^-]$, les ions H_3O^+ sont ultra minoritaires

D'où : $[CH_3 - NH_3^+] = [C\ell^-]$

Le chlorure de méthylammonium étant totalement dissocié et ionisé d'où : $[C\ell^-] = \frac{C_AV_A}{V_A + V_B}$

Alors: $[CH_3 - NH_3^+] = \frac{C_AV_A}{V_A + V_B}$

Le nombre totale n de groupes d'atomes $CH_3 - NH_3$ présent dans les molécules $CH_3 - NH_2$ et les ions $CH_3 - NH_3^+$ se conserve : $n = n_A + n_B$ (conservation de la matière)

Soit $(V_A + V_B)([CH_3 - NH_3^+] + [CH_3 - NH_2]) = C_AV_A + C_BV_B$

D'où : $[CH_3 - NH_3^+] + [CH_3 - NH_2] = \frac{C_AV_A + C_BV_B}{V_A + V_B}$

Où encore: $[CH_3 - NH_2] = \frac{C_AV_A + C_BV_B}{V_A + V_B} - [CH_3 - NH_3^+]$

$[CH_3 - NH_2] = \frac{C_AV_A + C_BV_B}{V_A + V_B} - \frac{C_AV_A}{V_A + V_B}$

$[CH_3 - NH_2] = \frac{C_BV_B}{V_A + V_B}$

Finalement: $\frac{[CH_3 - NH_2]}{[CH_3 - NH_3^+]} = \frac{\frac{C_BV_B}{V_A + V_B}}{\frac{C_AV_A}{V_A + V_B}} = \frac{C_BV_B}{C_AV_A} = \frac{V_B}{V_A}$ car $C_A = C_B$

2) Relation entre le pH du mélange, le pKa du couple acide base, V_A et V_B

Nous savons que :

$\mathrm{pK_A} = \mathrm{pH} - \log\frac{[CH_3 - NH_2]}{[CH_3 - NH_3^+]} \Rightarrow \mathrm{pH} = \mathrm{pK_A} + \log\frac{[CH_3 - NH_2]}{[CH_3 - NH_3^+]}$ or $\frac{[CH_3 - NH_2]}{[CH_3 - NH_3^+]} = \frac{V_B}{V_A}$

$$\boxed{pH = pK_A + log\frac{V_B}{V_A}}$$

3) Sachant que le volume du mélange est de 90mℓ et son pH est égal à 11.
Calcul de V_A et V_B.

On a vu que : $\mathrm{pH} = \mathrm{pK_A} + \log\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \mathrm{pH} - \mathrm{pK_A} = \log\frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = 10^{\mathrm{pH-pK_A}}$

$V_B = V_A \times 10^{\mathrm{pH-pK_A}}$ avec $V_B + V_A = V = 90\mathrm{m}\ell$

$V_B = V - V_A$

$V - V_A = V_A \times 10^{\mathrm{pH-pK_A}} \Rightarrow V = V_A\,(1 + 10^{\mathrm{pH-pK_A}})$

$$\boxed{\begin{array}{l} V_A = \dfrac{V}{1 + 10^{pH-pK_A}} \\ V_A = 30{,}04\mathrm{m}\ell \text{ et } V_B = 59{,}96\mathrm{m}\ell \end{array}}$$

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Définir les notions d'images et d'objets réels et virtuels ;*
- *Décrire l'importance des lentilles*

1) On dispose d'une lentille convergente L qui donne d'un objet réel AB une image A'B' renversée et de même taille que l'objet. La distance qui sépare l'objet et l'image est d=20cm.

   Montrer que la distance focale f' de la lentille est donnée par $f' = \frac{d}{4}$ Calculer f'
2) Un objet AB de hauteur 1cm est placé à 3cm devant le centre optique de la lentille L.
   a) Déterminer la position, la nature, le sens et la taille de l'image obtenue.
   b) Construire géométriquement l'image.
      Echelle : 1cm pour 2,5cm sur l'axe optique et en vraie grandeur pour l'objet AB.

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	- Appliquer les relations suivantes : → *Relation de conjugaison* → *Relation de grandissement*
2a	- Déterminer les caractéristiques (*position, nature, sens et taille)* de l'image d'un objet
2b	- Construire l'image donnée par une lentille mince d'un objet

1) Montrons que la distance focale f' de la lentille est donnée par $f' = \frac{d}{4}$

   D'après la relation de conjugaison:

   $$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{\overline{OA} - \overline{OA'}}{\overline{OA} \times \overline{OA'}} \Rightarrow f' = \frac{\overline{OA} \times \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} \quad (1)$$

   AB est un objet réel, il donne une image A'B' renversée et de même taille que l'objet, on en déduit que le grandissement γ est égale -1 avec $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

   $$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1 \Leftrightarrow \overline{OA'} = -\overline{OA} \quad (2)$$

   L'équation (1) devient

   $$f' = \frac{\overline{OA} \times (-\overline{OA})}{\overline{OA} - (-\overline{OA})} \Rightarrow f' = \frac{-\overline{OA} \times \overline{OA}}{2\overline{OA}} \Rightarrow f' = \frac{-\overline{OA} \times \overline{OA}}{2\overline{OA}} \Rightarrow f' = \frac{-\overline{OA}}{2}$$

   On a la relation suivante : $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} \Rightarrow \overline{AA'} = -\overline{OA} + \overline{OA'} \Rightarrow \overline{AA'} = -2\overline{OA}$

   D'où : $\overline{OA} = \frac{-\overline{AA'}}{2}$

   Finalement : $f' = \frac{-\overline{OA}}{2} \Rightarrow f' = \frac{-(-\overline{AA})}{2 \times 2}$

   $$\boxed{f' = \frac{d}{4}}$$

   Calcul de f'

   $f' = \frac{d}{4} \Rightarrow f' = \frac{20}{4}$

   $$\boxed{f' = 5\text{cm}}$$

2) Un objet AB de hauteur 1cm est placé à 3cm devant le centre optique de la lentille L.

a) Détermination de la position, la nature, le sens et la taille de l'image A'B'.

D'après la relation de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{f'}} \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{OA} + \overline{f'}}{\overline{OA} \times \overline{f'}} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times \overline{f'}}{\overline{OA} + \overline{f'}}$$

$$\overline{OA'} = \frac{-3 \times 5}{-3 + 5} = -7{,}5\text{cm}$$

Position : l'image A'B' se trouve à 7,5 cm devant la lentille.

Nature : $\overline{OA'}<0$, on a une image virtuelle.

Le grandissement donne :

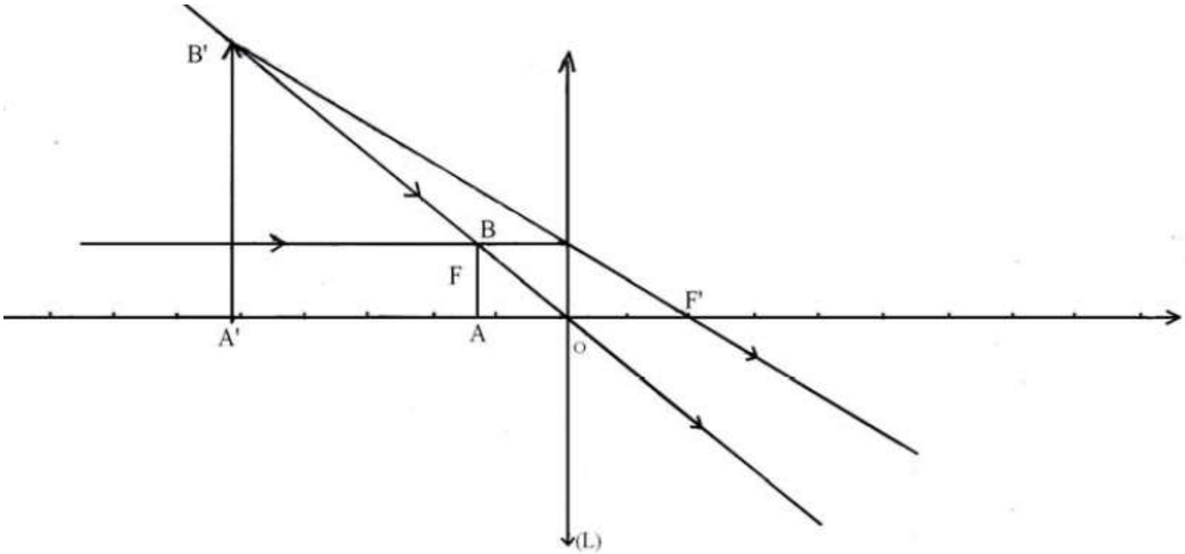
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \gamma = \frac{-7{,}5}{-3} = 2{,}5$$

Sens : $\gamma>0$, on a une image droite par rapport à l'objet.

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 2{,}5 \Leftrightarrow \overline{A'B'} = 2{,}5\overline{AB}$$

Taille : l'image A'B' est de 2,5 fois plus grande que l'objet AB.

b) Construction géométrique l'image. Echelle : 1cm pour 2,5cm sur l'axe optique et en vraie grandeur pour l'objet AB.



PHYSIQUE NUCLEAIRE ET ATOMIQUE

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Écrire les équations bilans des réactions nucléaires ;*
- *Énumérer les applications pratiques de l'énergie nucléaire*

1) Dans la haute atmosphère, sous l'effet du bombardement neutronique des noyaux d'azote $^{14}_{7}N$, on obtient des noyaux de carbone $^{14}_{6}C$ et une autre particule x.
   Ecrire l'équation de la réaction nucléaire et identifier la particule x.
2) Le carbone $^{14}_{6}C$ est radioactif de période T=5600ans.
   a) On considère un échantillon contenant initialement une masse m_0=7mg de carbone $^{14}_{6}C$. Calcuter l'activité de l'échantillon à la date t=11200ans.
   b) Les plantes assimilent le dioxyde de carbone provenant $^{14}_{6}C$ ou $^{12}_{6}C$
      Quand une plante meurt, le processus d'assimilation s'arrête et la teneur en $^{14}_{6}C$ diminue. On mesure l'activité d'un échantillon de bois trouvé dans une grotte préhistorique et d'un échantillon de bois fraîchement coupé de même nature et de même masse. On constate que l'activité de l'échantillon de bois préhistorique est 7 fois plus faible que celle de l'échantillon de bois fraîchement coupé.
      Quel est l'âge approximatif du bois préhistorique ?

On donne :

- Nombre d'Avogadro : N = 6.10^{23} mol^{-1}
- Masse molaire atomique du carbone 14 : M(C)=14 $g.mol^{-1}$.
- ln2≈0,70   ln7≈1,95.

N° question	***Objectifs spécifiques***
1	- Ecrire correctement une équation bilan d'une réaction nucléaire, en utilisant la loi de Soddy → *Conservation du nombre de masse* → *Conservation du nombre de charge*
2a	- Définir l'activité radioactive
2b	- Exploiter la loi de décroissance radioactive

1) L'équation de la réaction nucléaire est :

$$^{1}_{0}n + \ ^{14}_{7}N \rightarrow \ ^{14}_{6}C + \ ^{A}_{Z}X$$

D'après la loi de SODDY

Conservation du nombre de masse : 1+14=14+A ⇒ A=1

Conservation du nombre de charge : 7=6+Z ⇒ Z=1

$$\boxed{^{1}_{0}n + \ ^{14}_{7}N \rightarrow \ ^{14}_{6}C + \ ^{1}_{1}H}$$

La particule x est le $^{1}_{1}p$ (proton)

2) Le carbone ${}^{14}_{6}C$ est radioactif de période T=5600ans.

a) On considère un échantillon contenant initialement une masse m_0=7mg de carbone${}^{14}_{6}C$. Calcul de l'activité de l'échantillon à la date t=11200ans.

On a : t=nT, il reste $A = \frac{A_0}{2^n}$ (n=t/T)

Avec : $A_0 = \lambda N_0$ et $N_0 = \frac{m_0 \times N}{M}$, $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

$$\boxed{A = \frac{\ln 2 . m_0 . N}{2^2 . T . M}}$$

$$A = \frac{\ln 2 \times 7.10^{-3} \times 6.10^{23}}{5600 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 14 \times 2^2}$$

$$\boxed{A = 2{,}94.10^8 Bq}$$

b) L'âge approximatif du bois préhistorique est :

L'activité en instant t quelconque est donnée par :

$A = A_0 e^{-\lambda t}$ or $A = \frac{A_0}{7}$ ⇨ $\frac{A_0}{7} = A_0 e^{-\lambda t}$ ⇨ $e^{\lambda t} = 7$ ⇨ $\lambda t = \ln 7$

⇨ $t = \frac{\ln 7}{\lambda}$

⇨ $\boxed{t = \frac{T.\ln 7}{\ln 2}}$

AN:

$t = 5600\left(\frac{\ln 7}{\ln 2}\right)$ ⇨ $\boxed{t = 15721{,}19 \text{ ans}}$

ELECTROMAGNETISME

Objectif générale

L'élève doit être capable de (d') :

- *Définir le vecteur champ magnétique créé par un courant ;*
- *Définir les vecteurs forces de Lorentz et de Laplace ;*
- *Définir la f. e.m. d'auto-induction ;*
- *Décrire le phénomène de décharge d'un condensateur dans une bobine ;*
- *Déterminer les grandeurs caractéristiques de la réponse d'un circuit (R, L, C) à une excitation sinusoïdale forcée ;*

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

Dans cette partie, on suppose que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.

A l'aide du spectrographe de masse schématisé par la figure 1, on se propose de séparer les ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ de même charge q et de masse respectives m_1 et m_2. En O_1, la vitesse des ions est pratiquement nulle ; ils sont accélérés par la tension $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ appliquée entre les plaques P_1 et P_2. Ils pénètrent ensuite en O_2, dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

1) Exprimer littéralement les vitesses v_1 et v_2 des deux ions en O_2 en fonction de U, q et de leurs masses respectives m_1 et m_2.
2) Dans le champ magnétique $\vec{B}$, on admet que les ions sont animés d'un mouvement circulaire uniforme. Exprimer littéralement les rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires en fonction de U, q, B et de leurs masses respectives m_1 et m_2.
3) Les deux ions sont collectés en C_1 et C_2. Calculer la distance C_1C_2.
   On donne: $e=1,6.10^{-19}C$ $\quad U=10^4V$ $\quad B=0,2T$
   $m_1=6u$ $\quad m_2=7u$ $\quad 1u=1,67.10^{-27}$ kg

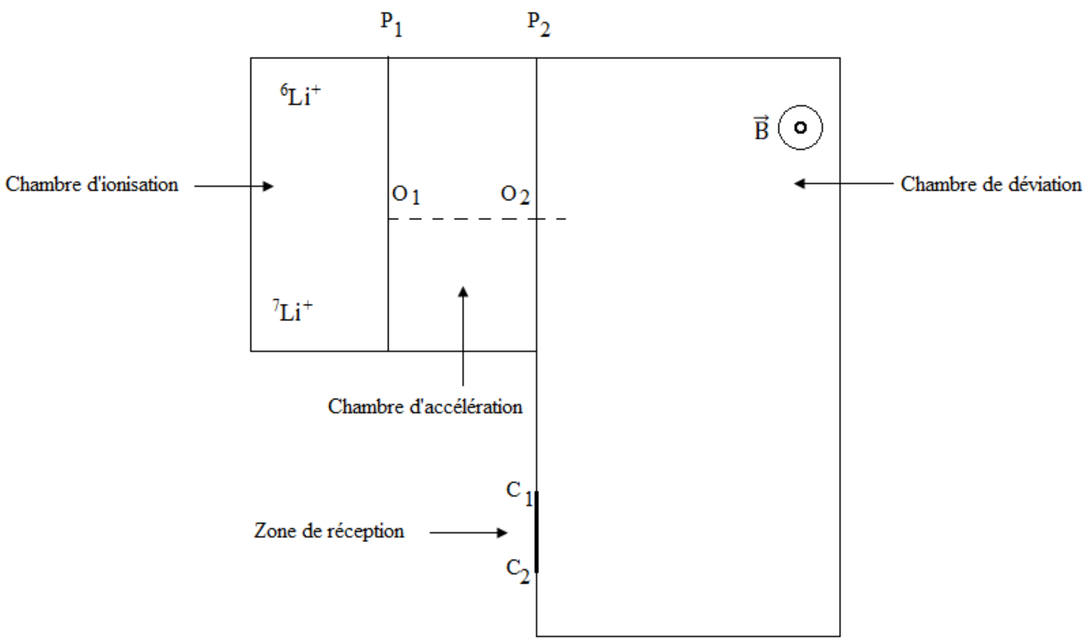


Figure 1

N° question	*Objectifs spécifiques*
1	- Définir un champ électrostatique et une force électrostatique - Appliquer le théorème de l'énergie cinétique
2	- Définir un champ magnétique et une force magnétique (force de Lorentz) - Déterminer le rayon de courbure d'une particule se déplaçant dans un champ magnétique
3	- Exploiter les résultats précedantes

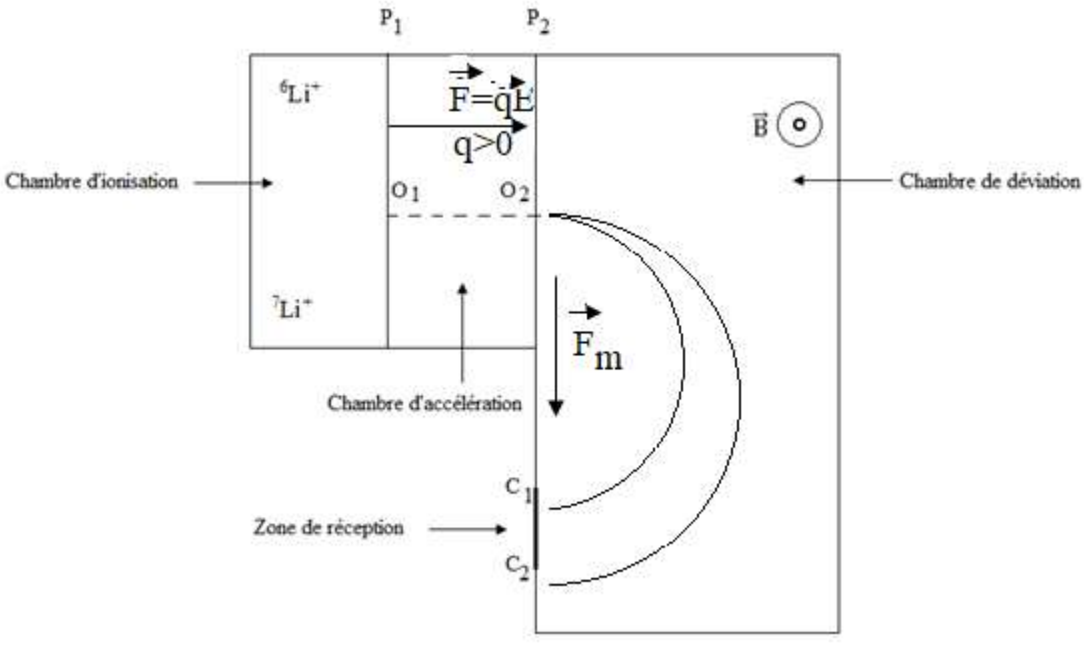


Figure 1

1) Expression littérale des vitesses v_1 et v_2 des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ en O_2 en fonction de U, q et de leurs masses respectives m_1 et m_2.

Système :{ ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$}

Bilan des forces appliquées :

- $\vec{P}$: poids de l'ion
- $\vec{F}$: force électrostatique

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre O_1 et O_2 :

$$\Delta Ec = \sum W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}mV_{O_2}^2 - \frac{1}{2}mV_{O_1}^2 = W_{\vec{F}} + W_{\vec{P}} \quad \text{or } \frac{1}{2}mV_{O_1}^2 = 0 \text{ et } W_{\vec{P}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{O_2}^2 = F.\overline{O_1O_2} \quad \text{or } F = qE$$

$$= \frac{qU}{O_1O_2} \text{ avec } U = V_{P_1} - V_{P_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mV_{O_2}^2 = \frac{qU\,\overline{O_1O_2}}{O_1O_2} \qquad \Rightarrow V_{O_2}^2 = \frac{2qU}{m} \quad \Rightarrow V_{O_2} = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \text{ donc}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Pour } {}^{6}Li^{+} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\dfrac{2qU}{m_1}} \\ \text{Pour } {}^{7}Li^{+} \Rightarrow V_2 = \sqrt{\dfrac{2qU}{m_2}} \end{array}}$$

2) Dans le champ magnétique $\vec{B}$, on admet que les ions sont animés d'un mouvement circulaire uniforme.
   Expression littérale des rayons R_1 et R_2 de leurs trajectoires en fonction de U, q, B et de leurs masses respectives m_1 et m_2.

   Système :{ ions ${}^{6}Li^{+}$ et ${}^{7}Li^{+}$}

   Bilan des forces appliquées :

   - $\vec{P}$: Poids d'un l'ion
   - $\vec{F}$: Force magnétique ou force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

   En appliquant le théorème du centre d'inertie :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ avec P<<<F

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$

En projetant suivant l'axe normal

$$\Rightarrow qVB.\sin\underbrace{(\widehat{\vec{V},\vec{B}})}_{\pi/2} = m.a_n \qquad \text{or } a_n = \frac{V^2}{R}$$

$$\Rightarrow qVB = \frac{mV^2}{R} \quad \Rightarrow R = \frac{mV}{qB} \quad \Rightarrow R^2 = \frac{m^2V^2}{q^2B^2}$$

$$\Rightarrow R^2 = \frac{m^2.2.q.U}{q^2B^2m} \quad \Rightarrow R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Pour } {}^{6}Li^{+} \Rightarrow R_1 - \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m_1U}{q}} \\ \text{Pour } {}^{7}Li^{+} \Rightarrow R_2 = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m_2U}{q}} \end{array}}$$

3) Les deux ions sont collectés en C_1 et C_2. Calcul de la distance C_1C_2.

$$\overline{C_1C_2} = 2R_2 - 2R_1$$

$$= 2(R_2 - R_1) \quad \Rightarrow \overline{C_1C_2} = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{q}}(\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$$

Or $m_2 = 7u$ et $m_1 = 6u$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{C_1C_2} = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2Uu}{q}}(\sqrt{7} - \sqrt{6})}$$

$$\text{AN : } \overline{C_1C_2} = \frac{2}{0{,}2}\sqrt{\frac{2.10^4.1{,}67.10^{-27}}{1{,}6.10^{-19}}}(\sqrt{7} - \sqrt{6})$$

$$\boxed{\begin{aligned}\overline{C_1C_2} &= 2{,}84\ 10^{-2}\ \text{m} \\ &= 2{,}84\ \text{cm}\end{aligned}}$$

Partie B

Un dipôle AB comprend en série :

- un conducteur ohmique de résistance R,
- une bobine de résistance r et d'inductance L,
- un condensateur de capacité C.

Il est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u_{AB} de pulsation variable ω.
On note ω_0 la pulsation à la résonance et Q le facteur de qualité du circuit.

1) Pour une valeur ω de la pulsation, montrer que le déphasage φ entre l'intensité du courant et le tension u_{AB} vérifie la relation :$\tan\varphi = Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})$
2) Montrer que l'impédance Z est donnée par : $Z = (r + R)\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}$

N° question	*Objectifs spécifiques*
1	- Définir le facteur de qualité Q - Exploiter la représentation du vecteur de Fresnel des tensions efficaces aux bornes d'un circuit (RLC)
2	- Définir l'impédance d'un circuit (RLC)

1) Pour une valeur ω de la pulsation, montrer que le déphasage φ entre l'intensité du courant et le tension u_{AB} vérifie la relation :$\tan\varphi = Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})$

ω_0 : pulsation à la résonance
Q : facteur de qualité du circuit.

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad \Rightarrow \tan\varphi = \frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}$$

$$\text{or } Q = \frac{L\omega_0}{R} \quad \Rightarrow \frac{L}{R} = \frac{Q}{\omega_0}$$

$$Q = \frac{1}{RC\omega_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{RC} = Q\omega_0$$

$$\Rightarrow \tan\varphi = \frac{Q\omega}{\omega_0} - \frac{Q\omega_0}{\omega} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tan\varphi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

2) Montrons que l'impédance Z est donnée par : $Z = (r + R)\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}$

Par définition :

$$Z = \sqrt{(r + R)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

Or $\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{r+R} \Rightarrow Z = \sqrt{(r + R)^2[1 + \frac{(L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}{(r+R)^2}]}$

D'où : $Z = \sqrt{(r + R)^2[1 + \tan^2\varphi} \Rightarrow Z = (r + R)\sqrt{[1 + \tan^2\varphi}$

Avec :

$$\tan\varphi = Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$$

Finalement :

$$\boxed{Z = (r + R)\sqrt{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

PROBLEME DE MECANIQUE

Objectifs généraux

L'élève doit être capable de :

- *Définir le système à étudier, à préciser les conditions initiales, à écrire et exploiter les équations du mouvement ;*
- *Rappeler les notions de quantité de mouvement, de force, d'énergie cinétique et de travail.*

Dans tout le problème, on néglige les frottements et on prend pour l'intensité de pesanteur $g=10 m.s^{-2}$

Un pendule simple est constitué par une bille ponctuelle M_1 de masse $m_1=200g$ suspendue au bout d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur $\ell=0,9$ m.

1) On écarte le pendule d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre verticale et on le lâche sans vitesse initiale. La vitesse de la bille M_1 lors de son passage à la position d'équilibre est $v=3 m.s^{-1}$. Calculer la valeur de l'angle α.
2) Lors de son passage à la position d'équilibre la bille M_1 heurte, au cours d'un choc parfaitement élastique, une autre bille ponctuelle M_2 immobile de masse $m_2=100g$ (figure 2). La vitesse de la bille M_2, juste après le choc, est $v_A=4 m.s^{-1}$. Calculer la vitesse de la bille M_1 juste après le choc en appliquant la conservation de la quantité de mouvement.
3) La bille M_2 est propulsée avec la vitesse $\overrightarrow{v_A}$ sur une piste qui comporte trois parties (figure 2).
   - Une partie horizontale AB,
   - Une certaine courbe BC,
   - Un arc de cercle CD, de rayon r et de centre O.

Les points O, A, B et E se trouvent dans un même plan horizontal.

   a) Exprimer, en fonction de g, r, β et v_A, la vitesse de la bille M_2 au point I.
   b) Exprimer, en fonction de m_2, g, r, β et v_A, l'intensité de la réaction de la piste sur la bille M_2 au point I
   c) La bille M_2 arrive au point D avec une vitesse horizontale de valeur $v_D=1ms^{-1}$. Calculer la valeur de r.
4) Arrivée au point D, la bille M_2 quitte la piste avec la vitesse $\overrightarrow{v_D}$ précédente et tombe en chute libre (figure 2).
   a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille M_2 dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$
   b) Calculer la distance OE.

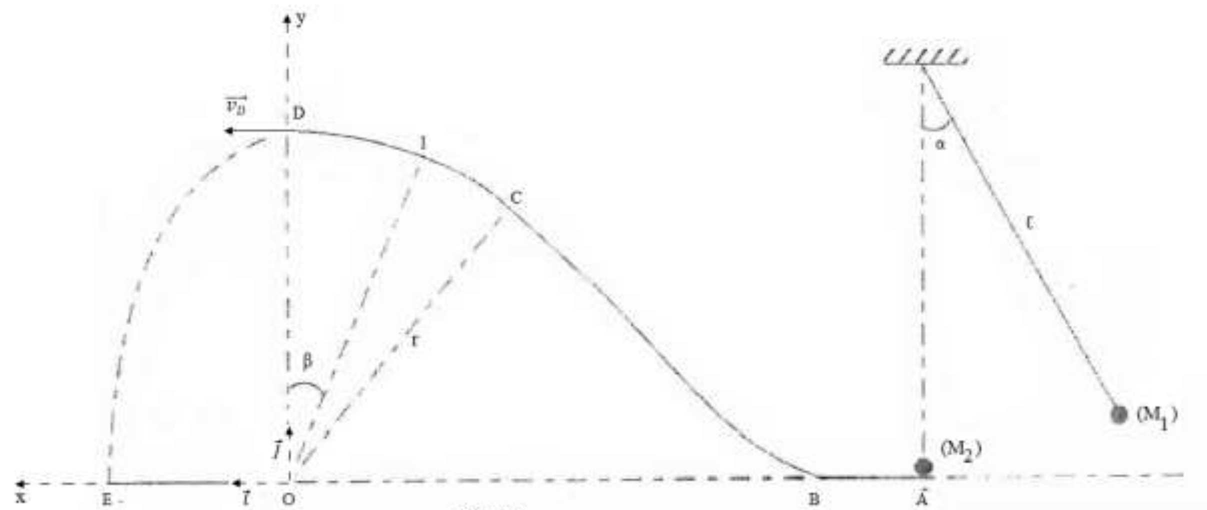
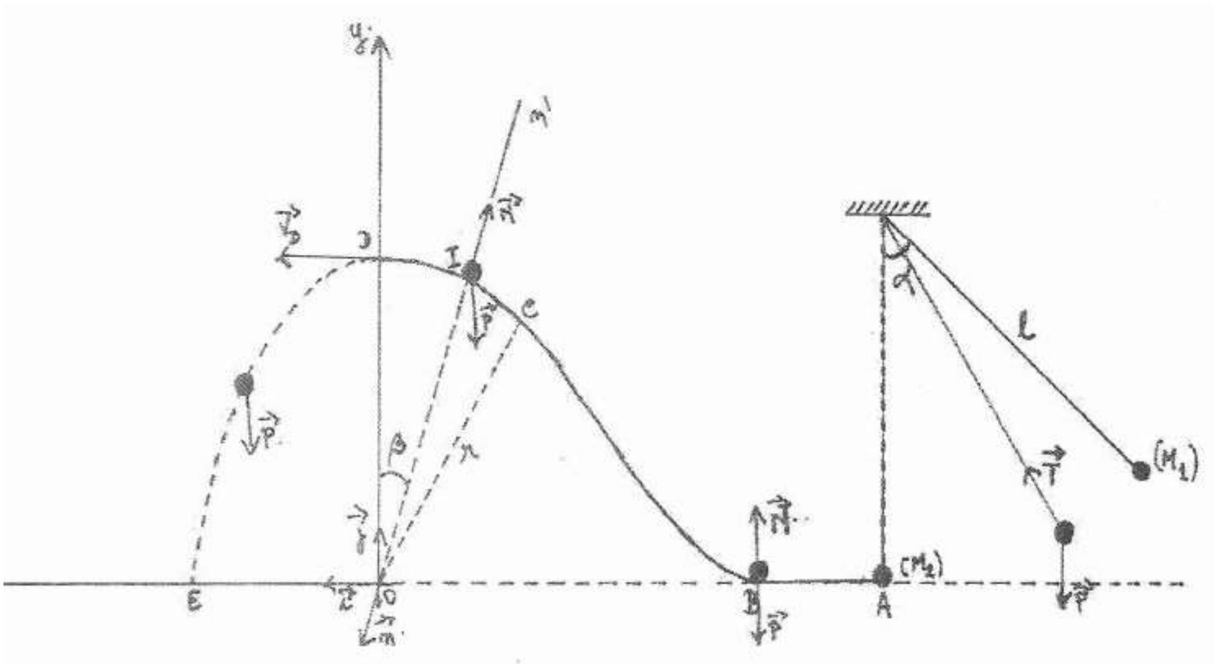


Figure 2

N° question	Objectifs spécifiques
1	- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique, cas d'un mouvement de translation
2	- Enoncer la loi de conservation de la quantité de mouvement (étude de choc de deux corps)
3a	- Enoncer le théorème de l'énergie cinétique, cas d'un mouvement de translation
3b	- Enoncer le théorème du centre d'inertie (TCI) : deuxième loi de Newton
3c	- Déterminer la vitesse d'un mobile : exploiter le TEC ou la RIT
4a	- Etudier le mouvement d'un projectile (équation cartésienne de la trajectoire : parabole)
4b	- Détermine la portée de la trajectoire d'un projectile



1) La valeur de l'angle α est :

Système {bille M_1 (m_1)}

Bilan des forces appliquées :

- $\vec{P}$: poids de la bille M_1 de masse m_1
- $\vec{T}$: tension exercé par le fil sur la bille

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique (TEC)

$$\Delta Ec = \sum W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2} m_1 V^2 - \frac{1}{2} \underbrace{m_1 V_0^2}_{0} = W_{\vec{P}} + \underbrace{W_{\vec{T}}}_{0} \qquad \text{or } W_{\vec{P}} = m_1 g h \text{ avec } h = \ell - \ell\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} V^2 = g\ell(1 - \cos\alpha) \qquad \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{V^2}{2gl}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \cos^{-1}\left(1 - \frac{V^2}{2gl}\right)}$$

AN: $g = 10\ m.s^{-2}$; $v = 3\ m.s^{-1}$; $\ell = 0{,}9m$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(1 - \frac{3^2}{2.10.0{,}9}\right) \Rightarrow \boxed{\alpha = 60°}$$

2) En appliquant la conservation de la quantité de mouvement, la vitesse de la bille M_1 juste après le choc est :

Système	Avant le choc	Après le choc
Bille M_1	$m_1\vec{V}$	$m_1\vec{V'}$
Bille M_2	$\vec{0}$	$m_2\vec{V}_A$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$$

$$m_1\vec{V} = m_1\vec{V'} + m_2\vec{V}_A$$

Les vecteurs sont colinéaires : $m_1V = m_1V + m_2V_A$

$\Rightarrow V' = \dfrac{m_1V - m_2V_A}{m_1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{V' = V - \left(\dfrac{m_2}{m_1}\right) V_A}$

AN: $V' = 3 - \left(\dfrac{100}{200}\right) 4$

$\Rightarrow$ $\boxed{V' = 1\ m.s^{-1}}$

3)

a) Expression en fonction de g, r, β et v_A, la vitesse de la bille M_2 au point I.

Système {bille M_1 (m_1)}

Bilan des forces appliquées :

- $\vec{P}$: poids de la bille M_1 de masse m_1
- $\vec{N}$: réaction du plan

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique entre B et I

$$\Delta Ec = \sum W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}m_2V_I^2 - \frac{1}{2}m_2V_A^2 = W_{\vec{P}} + \underbrace{W_{\vec{N}}}_{0}$$

or $W_P = -m_2gh$ (travail résistant) avec $h = r.\cos\beta$

$\Rightarrow \frac{1}{2}V_I^2 - \frac{1}{2}V_A^2 = -\ gr.\cos\beta$ $\Rightarrow V_I^2 = V_A^2 - 2gr.\cos\beta$

$$\boxed{V_I = \sqrt{V_A^2 - 2gr.\cos\beta}}$$

b) Expression en fonction de m_2, g, r, β et v_A, l'intensité de la réaction de la piste sur la bille M_2 au point I

Système :{bille M_2 (m_2)}

Bilan des forces appliquées :

- $\vec{P}$: Poids d'un l'ion
- $\vec{N}$: Réaction exercé par la bille M_2 sur la piste

En appliquant le théorème du centre d'inertie :

$$\sum \vec{F} = m_2\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{N} = m_2\vec{a}$$

En projetant suivant la normale :

$$\Rightarrow m_2g.\cos\beta - N = m_2a_N \qquad \text{or } a_N = \frac{V_I^2}{r}$$

$$\Rightarrow m_2g.\cos\beta - N = m_2\frac{V_A^2}{r} - 2m_2g.\cos\beta$$

$$N = -m_2\frac{V_A^2}{r} + 2m_2g.\cos\beta + m_2g.\cos\beta$$

$$\boxed{N = m_2(3g\cos\beta - \frac{V_A^2}{r})}$$

c) La bille M_2 arrive au point D avec une vitesse horizontale de valeur $v_D=1ms^{-1}$. La valeur de r est :

Au point D β=0

$$\Rightarrow V_D^2 = V_A^2 - 2gr.\cos 0 \qquad \text{or } \cos 0 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{r = \frac{V_A^2 - V_D^2}{2g}}$$

$$r = \frac{4^2-1^2}{2.10} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l} r = 0{,}75 \text{ m} \\ \ = 75 \text{ cm} \end{array}}$$

4) Arrivée au point D, la bille M_2 quitte la piste avec la vitesse $\overrightarrow{v_D}$ précédente et tombe en chute libre

a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille M_2 dans le repère $(O,\vec{i}, \vec{j})$

Système : {bille M_2 (m_2)}

Force appliquée :

- $\vec{P}$: poids de la bille (la néglige la résistance de l'air)

En appliquant le théorème du centre d'inertie : $\vec{P}=m_2\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

On prend comme origine des dates l'instant où la bille passe au point D.

$\vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$; $\vec{V_0}\begin{pmatrix} V_{0x} = V_D \\ V_{0y} = 0 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{OM_0}\begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = r \end{pmatrix}$

Or $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\mathrm{a}t^2 + \mathrm{V_0}t + \overrightarrow{OM_0}$, en projetant suivant :

⇨ $\begin{cases} x = V_D t \\ y = -\frac{gt^2}{2} + r \end{cases}$ ⇨ $\begin{cases} x = t \\ y = -5t^2 + 0{,}75 \end{cases}$

d'où l'équation cartésienne de la trajectoire

$\boxed{y = -5x^2 + 0{,}75}$ c'est un parabole

a) La distance OE est :

Au point E, y=0 alors $-5x^2+0{,}75=0 \Rightarrow x^2=0{,}15 \Rightarrow x=\pm\sqrt{0{,}15}$ (on s'intéresse à la solution positive)

⇨ $x = \overline{OE} = \sqrt{0{,}15}$

⇨ $\boxed{\begin{aligned} \overline{OE} &= 0{,}387 \text{ m} \\ &= 38{,}7 \text{ cm} \end{aligned}}$