SUJET BAC C 2010

CHIMIE ORGANIQUE : (3 points)

1- Un monoalcool saturé B de masse $11{,}1\ g$ est obtenu par hydratation de $8{,}4g$ d'un alcène A.Déterminer les formules brutes de A et B.
2- L'oxydation ménagée de B, par une solution acidifiée de permanganate de potassium en excès, produit de l'acide butanoïque. Après avoir donné la formule semi développée de B, écrire l'équation bilan traduisant l'oxydation ménagée de cet alcool.
3- On considère la réaction entre l'acide éthanoïque et le méthyl propan-2-ol. Ecrire l'équation de la réaction en utilisant les formules semi-développées des réactifs et des produits.

On donne : $M(H) = 1g.mol^{-1}$;$M(C) = 12g.mol^{-1}$; $M(O) = 16g.mol^{-1}$

$E^0_{MnO_4{}^-/Mn^{2+}} > E^0_{C_4H_8O_2/C_4H_{10}O}$

CHIMIE GENERALE : (3 points)

On considère deux solutions aqueuses à 25°C :

S_1 est une solution aqueuse d'hydroxydes de sodium, de concentration $C_1 = 5.10^{-2}mol.l^{-1}$

S_2 est une solution d'acide éthanoïque CH_3COOH de concentration molaire $C_2 = 10^{-1}mol.l^{-1}$

1- Le pH du sodium S_2 est de 2,9. Montrer que le pK_A du coupe $CH_3COOH\ /CH_3COO^-$ est égale à 4,8
2- Quel volume d'eau doit-on ajouter à $20\ cm^3$ de la solution S_2 pour avoir une nouvelle solution S_3 de concentration $C_3 = 2.10^{-3}mol.l^{-1}$?
3- Quel volume de la solution S_1 doit-on ajouter à $100\ cm^3$ de la solution S_2 pour que le mélange ait un pH égale à 4,8.
   On donne : $\log 1{,}25 = 0{,}1$

PHYSIQUE NUCLAIRE : (2 points)

1- A la suite d'un choc entre une particule $\propto$ et un noyau de béryllium ${}^9_4Be$, il se produit un noyau X avec émission d'un neutron.
   Ecrire l'équation de cette réaction nucléaire an précisant les lois utilisées et le noyau X.

2- Lorsqu'un neutron frappe un noyau d'uranium 235, il des produit une réaction de fission. L'équation de cette réaction s'écrit :
   ${}^{235}_{92}U + {}^1_0n \longrightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + 2({}^1_0n)$

   Calculer, en MeV, l'énergie dégagée par cette réaction.

3- Les produits de la fission sont radioactifs. Parmi ces déchets, on trouve le strontium ${}^{94}Sr$. Sa période est de 25 ans. Un échantillon contient 10 mg de Strontium 90. Déterminer la masse de strontium 100ans plus tard.

On donne : - Un extrait du tableau périodique des éléments : ${}_5B$; ${}_6C$; ${}_7N$; ${}_8O$; ${}_9F$ …
${}_{35}Br$; ${}_{36}Kr$; ${}_{37}Rb$; ${}_{38}Sr$

- La masse de chaque noyau : $m(U) = 235{,}0439\ u$; $m(Sr) = 93{,}915u$;

$m(n) = 1{,}0086\ u$; $m(Xe) = 139{,}9252\ u$; $1u = 931{,}5\ MeV/C^2$

<u>OPTIQUE</u> : (2 points)

1- Une lentille convergente L_1 est un ménisque de vergence $C_1 = 10\delta$. Un objet réel AB de 2 cm de hauteur est placé à $30cm$ du centre optique O_1et L_1. AB est perpendiculaire à l'axe optique et A appartient à cet axe. Déterminer, par calcul, les caractéristiques (position, nature, sens, grandeur) de l'image $A'B'$ de l'objet AB.
2- Vérifier graphiquement, sur le document A, les résultats obtenus.
3- On remplit la face concave de la lentille L_1 avec un liquide afin d'obtenir une lentille L_2 accolée à L_1Déterminer la vergence C_2 de L_2 pour que l'image de l'objet AB soit située à 6 cm après le système optique formé par (L_1, L_2).

<u>ELECTROMAGNETISME</u> : (4 points)

Les parties A et B sont indépendantes

A- Un condensateur de capacité $C = 10\mu F$, préalablement chargé par une tension continue de valeur $U_C = 10V$, est relié à une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L = 0{,}1H$. A l'instant initial, la chargé du condensateur est Q_0 $(Q_0 > 0)$ et l'intensité du courant est nulle.

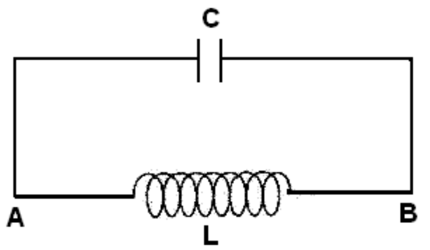


Figure 1

1- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q du condensateur
2- Exprimer la charge q en fonction du temps t.

B- On établit aux bornes d'un circuit RLC série une tension sinusoïdale de valeur efficace constante $U = 200\ V$.

On fait varier la fréquence N. A chaque valeur de N correspond à une intensité efficace I.

On obtient le tableau suivant :

$N\ (Hz)$	400	500	600	700	780	800	900	1000
$I(A)$	0,75	1,5	2,8	4	2,8	2,5	0,75	0,5

1- Tracer la courbe de l'intensité $I = f(N)$.
2- En déduire le facteur de qualité Q.
3- Calculer les valeurs de R, L et C.

<u>PROBLEME DE MECANIQUE</u> : (6 points)

- Dans tout le problème, on négligera les frottements.
- On prendra la valeur de l'intensité de pesanteur $g = 10\ m.s^{-2}$

Un disque (D) plein et homogène de masse $M = 200g$ et de rayon $r = 10\ cm$ peut tourner autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son centre O (figure 2). On enroule sue le disque (D) un fil inextensible dont l'une de ses extrémités est liée à une solide (S) de masse

$m = 100g$. L'autre extrémité est liée à un solide (S_1) de masse $m_1 = 700g$ posé sur un plan incliné $[AB]$ faisant un angle $\propto$ avec l'horizontal. Les points $O, A,\ B$ et C sont placées dans un même plan vertical. Lorsque le solide (S_1) ne touche pas le disque (D), le fil restant tendu.

1- Le solide (S_1) se déplace sur le plan incliné AB une accélération $a = 2{,}5 m.s^{-2}$.

a) Calculer, en degré, la valeur de l'angle $\propto$.

b) Partant du point A sans vitesse initiale, le solide (S_1) arrive en B avec une vitesse $V_B = 4m/s$. Calculer la durée du parcours AB sachant que la longueur du trajet AB est $\ell = 3m$.
On rappelle que le moment d'inertie d'un disque homogène par rapport à son axe est égal à $J_0 = \frac{1}{2}Mr^2$.

2- En arrivant en B, le solide (S_1) se détache du fil et poursuit sa course sur le trajet horizontal BC avec la vitesse acquise en B. Il vient heurter un autre solide (S_2) de masse m_2 immobile accroché à l'extrémité libre d'un ressort de masse négligeable, à spires non jointives et de constante de raideur $k = 400N.m^{-1}$ (figure 2). Après le choc, les deux solides s'accrochent et forment un seul système de centre d'inertie G. La vitesse de G juste après le choc est $V_G = 2m/s$.

a) Calculer la masse m_2 .

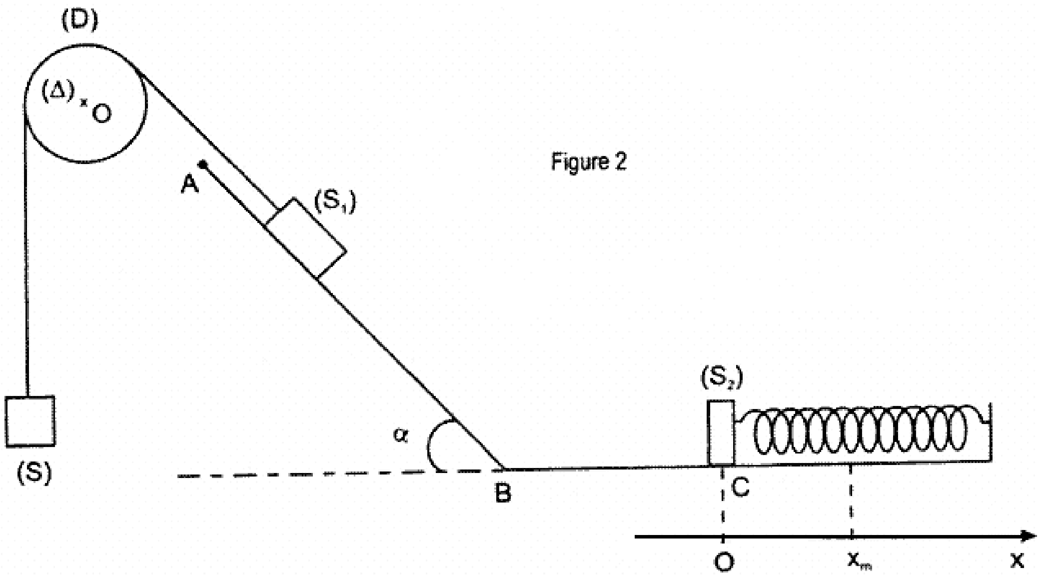
b) Calculer le raccourcissement maximal x_m du ressort.

3- Dans toute la suite, on prendra $m_2 = 700g$.

a) Déterminer l'équation différentielle du mouvement ultérieur du système formé par les solides (S_1) et (S_2)

b) Calculer la période du mouvement.

c) L'origine des abscisses est la position où le choc a eu lieu (figure 2). Ecrire l'équation horaire du mouvement de G en prenant comme origine des dates l'instant ou G se trouve au point de raccourcissement maximal du ressort.



CORRECTION BAC C 2010

CHIMIE ORGANIQUE:

OBJECTIFS GENERALS : l'élève doit être capable de :

- Présenter le fait que les composés organiques ayant des groupes identiques d'atomes ont des propriétés analogues et, en particulier, donnent lieu à des réactions identiques ;
- Montrer que les groupes fonctionnels peuvent être transformés les uns dans les autres

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

Numéro de la question	Objectifs spécifiques
1-	Déterminer la formule brute d'un composé organique oxygéné
2-	Ecrire les demi-réaction redox des couple $MnO_4{}^-/Mn^{2+}$ et $C_4H_8O_2/C_4H_{10}O$ Ecrire l'équation bilan d'une réaction d'oxydoréduction
3-	Ecrire l'équation bilan d'une réaction d'estérification

REPONSE:

1- Formule brute de A et de B:

$$C_nH_{2n} + H_2O \rightarrow C_nH_{2n+2}O$$

$8{,}4g \qquad 11{,}1g$

$14n \qquad 14n+18$

$$\frac{14n}{8{,}4} = \frac{14n+18}{11{,}1}$$

$n = 4$

A: C_4H_8 et B: $C_4H_{10}O$

2- Formule semi-développée de B:

B donne par oxydation de l'acide carboxylique donc B est un alcool primaire.

B: $CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2OH$

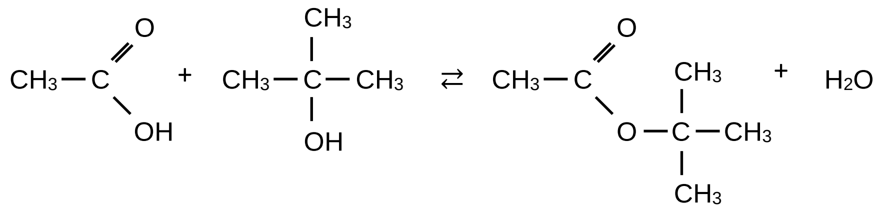
Equation bilan de l'oxydation de B:

$$\left(C_4H_{10}O + H_2O \rightleftarrows C_4H_8O_2 + 4H^+ + 4e^-\right) \times 5$$

$$\left(MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftarrows Mn^{2+} + 4H_2O\right) \times 4$$

$$5C_4H_{10}O + 4MnO_4^- + 12H^+ \rightarrow 5C_4H_8O_2 + 4Mn^{2+} + 11H_2O$$

3- Equation bilan :



CHIMIE GENERALE :

OBJECTIFS GENERALS : l'élève doit être capable de :

- Rappeler puis compléter les notions fondamentales vues dans les antérieures en chimie organique et en acidobasicité ;
- Décrire l'importance pratique de la chimie ;
- Écrire correctement les équations bilans des réactions chimiques.

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

Numéro de la question	Objectifs spécifiques
1-	Calculer le pKa d^' un couple acide/base
2-	Rappeler la notion de la dilution
3-	Etudier un mélange d'un acide faible et d'une base forte

REPONSE :

1- Montrons que $pK_A(CH_3COOH\ /CH_3COO^-) = 4{,}8$:

La réaction de dissolution de l'acide éthanoïque s'écrit :

$CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$

$$pK_A = pH + \log\left(\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]}\right)$$

D'après la relation d'électroneutralité : $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ avec $[OH^-] \ll [H_3O^+]$

Alors $[CH_3COO^-] \approx [H_3O^+] = 10^{-pH}$

D'après la conservation de la matière : $[CH_3COOH] + [CH_3COO^-] = C_2$

$[CH_3COOH] = C_2 - [CH_3COO^-] = C_2 - 10^{-pH}$

$$pK_A = pH + \log\left(\frac{C_2 - 10^{-pH}}{10^{-pH}}\right)$$

Application numérique :

$$pK_A = 2{,}9 + \log\left(\frac{10^{-1} - 10^{-2{,}9}}{10^{-2{,}9}}\right) = 4{,}8$$

D'où : $pK_A(CH_3COOH\ /CH_3COO^-) = 4{,}8$

2- Calcul du volume d'eau :

D'après la loi de la dilution :

$C_iV_i = C_fV_f$ avec $V_f = V_i + V_{eau}$

$C_2V_2 = C_3(V_2 + V_{eau})$

$$V_{eau} = \frac{C_2V_2}{C_3} - V_2$$

Application numérique :

$$V_{eau} = \frac{10^{-1}mol.l^{-1} \times 20\ cm^3}{2.10^{-3}mol.l^{-1}} - 20\ cm^3 = 980cm^3$$

$V_{eau} = 980cm^3 = 0{,}98l$

3- Calcul du volume de S_1 :

On a : $pH(S_1 + S_2) = pK_A(CH_3COOH\ /CH_3COO^-) = 4{,}8$, on est à la demi-équivalence.

A l'équivalence :

$C_1 V_{1E} = C_2 V_2$

$V_{1E} = \frac{C_2 V_2}{C_1}$

Donc à la demi-équivalence :

$V_1 = \frac{C_2 V_2}{2C_1}$

Application numérique :

$V_1 = \frac{10^{-1} mol.l^{-1} \times 100\ cm^3}{2 \times 5.10^{-2} mol.l^{-1}} = 100 cm^3$

PHYSIQUE NUCLAIRE :

OBJECTIF GENERAL : l'élève doit être capable d'écrire les équations bilans des réactions nucléaires.

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

Numéro de la question	Objectifs spécifiques
1-	Ecrire l'équation bilan de la radioactivité $\propto$
2-	Calculer l'énergie dégagée par une réaction nucléaire
3-	Utiliser la relation de la décroissance radioactive

1- Equation de désintégration du béryllium :

$^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}X$

D'après la loi de conservation du nombre de masse : $9 = 4 + A$ donc $A = 5$

D'après la loi de conservation du nombre de charge : $4 = 2 + Z$ donc $Z = 2$

Le noyau X est un noyau d'hélium $^{5}_{2}He$

$^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{5}_{2}He$

2- Calcul de l'énergie dégagée :

On a : $^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{94}_{38}Sr + {}^{140}_{54}Xe + 2({}^{1}_{0}n)$

$E = \Delta m. C^2$

Avec : $\Delta m = [m({}^{235}_{92}U) + m({}^{1}_{0}n)] - [m({}^{94}_{38}Sr) + m({}^{140}_{54}Xe) + 2m({}^{1}_{0}n)]$

Application numérique :

$\Delta m = (235{,}0439\ u\ + 1{,}0086\ u) - (93{,}915u + 139{,}9252\ u + 2 \times 1{,}0086\ u\ )$

$\Delta m = 0{,}1951u = 0{,}1951 \times 931{,}5 MeV/C^2 = 181{,}735 MeV/C^2$

$E = 181{,}735 MeV/C^2 \times C^2 = 181{,}735 MeV$

$E = 181{,}735 MeV$

3- Calcul de la masse de strontium :

La masse de strontium restant à l'instant t est donnée par :

$m(Sr) = m_0 e^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$

Application numérique :

$m(Sr) = 10 e^{\left(-\frac{\ln 2}{25} \times 100\right)}$

$m(Sr) = 0{,}625\ mg$

OPTIQUE GEOMETRIQUE :

OBJECTIF GENERAL : l'élève doit être capable de définir les notions d'images et d'objets réels et virtuels.

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

Numéro de la question	Objectifs spécifiques
1-	Citer les caractéristiques d'une image obtenu à travers d'une lentille mince.
2-	Construire l'image donnée par une lentille mince.
3-	Appliquer la relation de conjugaison avec un système de lentille accolée.

REPONSE :

1- Caractéristiques de l'image $A'B'$:

Position : D'après la relation de conjugaison

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = C_1 + \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = 10 + \frac{1}{-0,3} = \frac{20}{3} \; donc \; \overline{OA'} = \frac{3}{20}m = 0,15m = 15cm$$

$\overline{OA'} = 15cm$: l'image $A'B'$ se trouve à $15cm$ après la lentille.

Nature : $\overline{OA'} > 0$ donc l'image $A'B'$ est réelle.

Sens : D'après la relation du grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{15}{-30} = -\frac{1}{2}$$

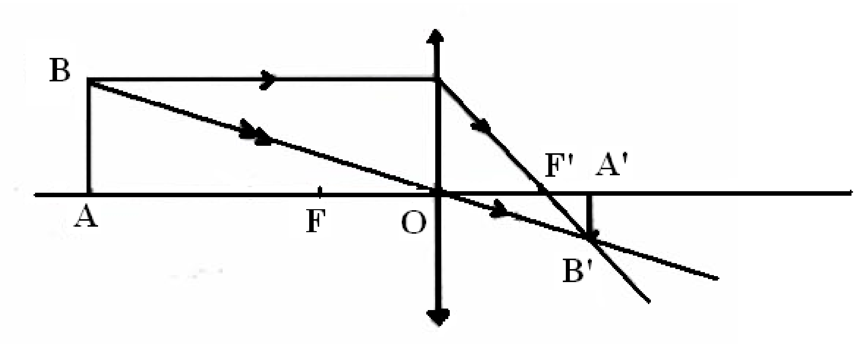
$\gamma<0$ donc l'image est renversée par rapport à l'objet

Grandeur :

$$\overline{A'B'} = \gamma.\overline{AB} = -\frac{1}{2} \times 2cm = -1cm$$

2- Construction de $A'B'$:

Echelle : $\frac{1}{5}$ sur l'axe optique et en vraie grandeur pour la taille de l'objet



3- Calcul de la vergence C_2 de L_2 :

On a un système accolé donc la relation de conjugaison s'écrit :

$$C_1 + C_2 = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} - C_1$$

$$C_2 = \frac{1}{0,06} - \frac{1}{-0,3} - 10 = 10\delta$$

$$C_2 = 10\delta$$

ELECTROMAGNETISME :

OBJECTIFS GENERALS : l'élève doit être capable de :

- Décrire le phénomène de décharge d'un condensateur dans une bobine ;
- Déterminer les grandeurs caractéristiques de la réponse d'un circuit (R, L, C) à une excitation sinusoïdale forcée ;

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

Numéro de la question	Objectifs spécifiques
A-	
1-	Etablir l'équation différentielle d'un circuit (L, C).
2-	Ecrire l'équation de la charge électrique dans un circuit (L ; C)
B-	
1-	Tracer la courbe de résonance $I = f(N)$.
2-	Calculer le facteur de qualité.
3-	Exploiter la courbe de résonance.

REPONSE :

A-

1- Equation différentielle de la charge électrique :

D'après la loi de maille :

$u_{AB} + u_{BA} = 0$

$u_L + u_C = 0$

Avec $u_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = L\frac{d^2q}{dt^2}$ et $u_C = \frac{q}{C}$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

Avec $\frac{1}{LC} = \frac{1}{0{,}1\times 10.10^{-6}} = 10^6$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 10^6 q = 0$$

2- Expression de la charge en fonction du temps t :

$q(t)$ est la solution de l'équation différentielle $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$

Donc on a : $q(t) = q_m \sin(\omega t + \varphi)$

q_m est la charge maximale donc $q_m = Q_0$ avec $Q_0 = C \times U_C = 10.10^{-6} \times 10 = 10^{-4} C$

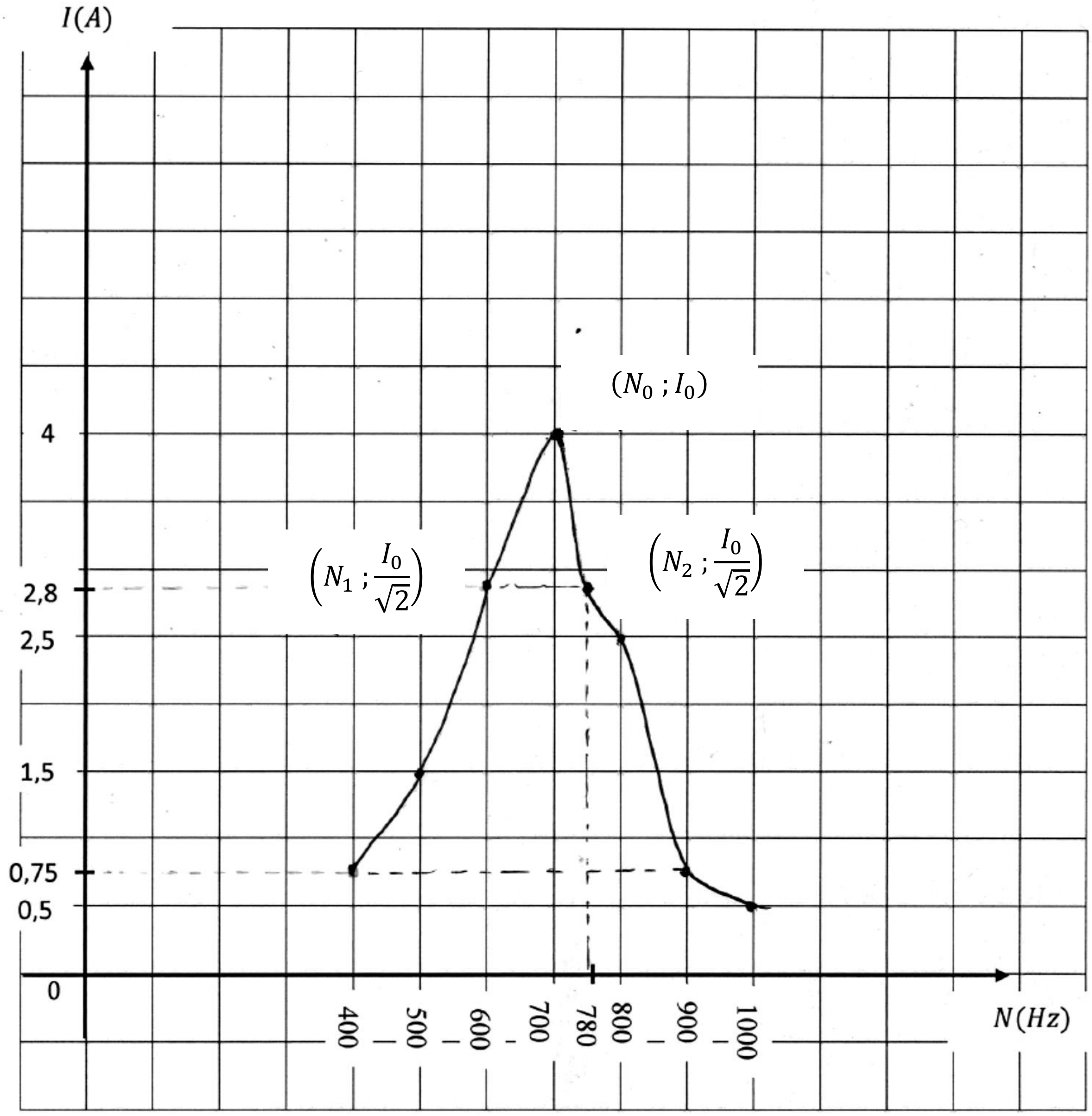
La pulsation ω est : $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{10^6} = 10^3 rad/s$

A $t = 0$; $q = Q_0 = q_m$ alors $q_m = q_m \sin(\varphi)$ donc $\sin\varphi = 1$ d'où $\varphi = \frac{\pi}{2} rad$

$$q(t) = 10^{-4} \sin\left(10^6 t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (C)$$

B-

1- <u>Traçage de la courbe $I = f(N)$</u> :



2- <u>Valeur du facteur de qualité Q</u> :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N}$$

Avec $N_0 = 700Hz$ et $\Delta N = N_2 - N_1$ où N_2 et N_1 sont les fréquences aux limites de la bande passante.

$N_2 = 800Hz$ et $N_1 = 600Hz$

$$Q = \frac{700}{780 - 600} = \frac{35}{9} = 3{,}89$$

3- <u>Calcul de R, L et C</u> :

- A la résonance : $U = R.I_0$

$$R = \frac{U}{I_0}$$

$$Q = \frac{1}{2\pi RCN_0} = \frac{2\pi LN_0}{R}$$

D'où :

$$C = \frac{1}{2\pi RQN_0}$$

$$L = \frac{RQ}{2\pi N_0}$$

Application numérique :

$$R = \frac{200}{4} = 50\Omega$$

$$C = \frac{9}{2\pi 50 \times 35 \times 700} = 1{,}17.10^{-6}F$$

$$L = \frac{50 \times 35}{2\pi \times 700 \times 9} = 0{,}0442H$$

$R = 50\Omega$; $L = 0{,}0442H$ et $C = 1{,}17.10^{-6}F$

PROBLEME DE MECANIQUE :

OBJECTIFS GENERALS : l'élève doit être capable de :

- Définir le système à étudier, à préciser les conditions initiales, à écrire et exploiter les équations du mouvement ;
- Rappeler les notions de quantité de mouvement, de force, d'énergie cinétique et de travail.

OBJECTIFS SPECIFIQUES :

Numéro de la question	Objectifs spécifiques
1- a)	Rappeler le théorème de l'énergie cinétique.
1- b)	Etablir et exploiter les équations paramétrique d'un mouvement.
2- a)	Utiliser la conservation du vecteur quantité de mouvement.
2- b)	Utiliser la conservation de l'énergie mécanique.
3- a)	Etablir l'équation différentielle d'un oscillateur en translation.
3- b)	Calculer la période d'un oscillateur harmonique.
3- c)	Etablir l'équation horaire en mouvement sinusoïdal.

REPONSE :

1- a) Calcul de l'angle $\propto$:

Système : $\{S + disque\ D + S' + fils\}$

Forces extérieures appliquées au système : poids de (S) $\vec{P}$; poids du disque D $\vec{P}_D$; poids de (S_1) $\vec{P}_1$; réaction de l'axe $\vec{R}$.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique pour une distance x quelconque parcourue par (S_1)

$$E_C - E_{C0} = W(\vec{P}) + W(\vec{P}_1) + W(\vec{P}_D) + W(\vec{R})$$

Avec $E_C = \frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$

$$\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 = -mgx + m_1gx\sin\alpha + 0 + 0$$

Dérivons les deux membres par rapport au temps t :

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2\right] = \frac{d}{dt}[-mgx + m_1gx\sin\alpha]$$

$$m_1av + mav + J\dot{\theta}\ddot{\theta} = -mgv + m_1gv\sin\propto$$

Avec $\dot{\theta} = \frac{v}{r}$; $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$ $et\ J = \frac{1}{2}Mr^2$

$$m_1 a + ma + \frac{1}{2}Ma = -mg + m_1 g \sin \propto$$

$$\sin \propto = \frac{mg + a\left(m + m_1 + \frac{1}{2}M\right)}{m_1 g}$$

$$\propto = \sin^{-1}\left[\frac{mg + a\left(m + m_1 + \frac{1}{2}M\right)}{m_1 g}\right]$$

Application numérique :

$$\propto = \sin^{-1}\left[\frac{100 \times 10 + 2{,}5\left(100 + 700 + \frac{1}{2}200\right)}{700 \times 10}\right] = 27{,}66°$$

$$\propto = 27{,}66°$$

b) <u>Calcul de la durée du parcours AB</u> :

Le mouvement est rectiligne uniformément varié alors :

On a : $v = at + v_A$

$$t = \frac{v_B}{a}$$

D'après la relation indépendante de temps :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2.a.AB\ alors\ a = \frac{v_B^2}{2.AB}$$

$$t = \frac{2.AB}{v_B}$$

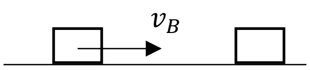
Application numérique :

$$t = \frac{2 \times 3}{4} = 1{,}5s$$

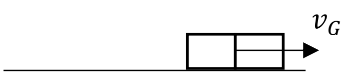
$$\Delta t = 1{,}5s$$

2- a) <u>Calcul de m_2</u> :

Avant le choc : $\vec{p} = m_1 \overrightarrow{v_B}$



Après le choc : $\vec{p} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{V_G}$



Il y a conservation du vecteur quantité du mouvement :

$\vec{p}_{avant\ choc} = \vec{p}_{après\ choc}$

$m_1\overrightarrow{v_B} = (m_1 + m_2)\overrightarrow{V_G}$; $\overrightarrow{v_B}\ et\ \vec{v}$ ont le même sens :

$m_1 v_B = (m_1 + m_2)\overrightarrow{V_G}$

$m_2 = m_1 \dfrac{v_B}{V_G} - m_1$

Application numérique :

$m_2 = 700\dfrac{4}{2} - 2 = 700g$

$m_2 = 700g$

b) Calcul du raccourcissement maximal :

L'énergie mécanique du système {ressort+S_1+S} s'écrit :

$E = Ec + Epé = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$

Juste après le choc : le ressort ne subit aucune déformation ($x = 0$)

$E = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$

Lorsque le ressort atteint le raccourcissement maximal ($x = X_m$): la vitesse de (S_1) et (S_2) est nulle.

$E = \dfrac{1}{2}kX_m^2$

Le système est conservatif alors $E = constante$

$\dfrac{1}{2}kX_m^2 = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$

$X_m = \sqrt{\dfrac{(m_1 + m_2)}{k}}.V$

Application numérique :

$X_m = \sqrt{\dfrac{0{,}7 + 0{,}7}{400}}.2 = 0{,}1183m$

$X_m = 0{,}1183m = 11{,}83cm$

3- a) Equation différentielle du mouvement :

Pour une déformation quelconque x du ressort, l'énergie mécanique du système {ressort+m_1+m_2} s'écrit :

$E = Ec + Epé = \dfrac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$

Comme le système est conservatif alors $E = cte$

$\dfrac{dE}{dt} = 0$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2+\frac{1}{2}kx^2\right]=(m_1+m_2)\ddot{x}V+kVx=0$$

$$V[(m_1+m_2)\ddot{x}+kx]=0$$

$V \neq 0$ d'où

$$\ddot{x}+\frac{k}{(m_1+m_2)}x=0$$

$$\ddot{x}+\frac{400}{0{,}7+0{,}7}x=0$$

$$\ddot{x}+\frac{2000}{7}x=0$$

b) Calcul de la période :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{k}}$$

Application numérique :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{0{,}7+{,}07}{400}}=0{,}371s$$

$$T=0{,}371s$$

c) Equation horaire du mouvement :

L'équation horaire du mouvement de G est la solution de son équation différentielle qui est de la forme :

$x(t)=X_m\sin(\omega t+\varphi)$

Avec :

$X_m=11{,}83cm$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{(m_1+m_2)}}=20\sqrt{\frac{5}{7}}rad/s$$

A $t=0$, $x=X_m$

$X_m=X_m\sin(\varphi)$ donc $\sin\varphi=1$ d'où $\varphi=\frac{\pi}{2}rad$

$$x(t)=11{,}83\sin\left(20\sqrt{\frac{5}{7}}t+\frac{\pi}{2}\right)\ (cm)$$