Exercices

I- Soit f une fonction continue sur un intervalle I centré en 0.

 Montrer que si f est paire, alors la primitive F de f qui s'annule en O sur I est impaire (Indication : étudier la fonction g définie par g(x) = x F(-x) + F(x)); et si f est impaire, alors toute primitive F de f sur I est paire. (Etudier h telle que h(x) = x F(-x) - F(x)).

II- Soit fn la fonction définie par fn(x) = 1 + 2x + 3x2 + ….+ nxn-1 où  n > 1. Déterminer la primitive Fn de fn qui s'annule en 1. Calculer

 III- Soit f la fonction définie sur IR par  f(x)  = sin x + sin3x .

1 ° Calculer  f ’ (x) et f ’’(x) et montrer qu’il existe deux constantes a et b (que l’on déterminera) telles que :

 f ’’(x) + a f (x) = b sinx pour tout x.

2° En déduire une primitive de f.

IV- Soit F la fonction définie sur IR par : F(x) =

1. Montrer que F est dérivable et calculer sa dérivée f.

2. f est-elle continue ?

V- Soit f la fonction définie sur IR par :

 Justifier  et calculer  .

VI- 1° Soit  un nombre réel strictement positif. Calculer  I() = .

Calculer la limite éventuelle de I(lorsque tend vers ∞.

     2° Mêmes questions avec I() =  .

VII- 1- a) Montrer que  f : x → f(x) = dt est définie sur I =  .

          b) Calculer f ’(x) et étudier le sens de variation de f.

     2- Mêmes questions pour f(x) = puis f(x) = .

Problème 1

 Soit  f  la fonction numérique de la variable réelle x définie sur  [0, +[ par :  f(x) =  - x + 1 - e - x.

On note (C) la courbe représentative de f dans un plan  P  muni  d’un repère orthonormé  R = (O, ) d’unité graphique 2cm.

1 - a.  Déterminer la limite de  f  en  + .

b.  Montrer que la droite (D ) d’équation y = -x + 1 est asymptote à la courbe (C )

2 -  a.  Montrer que pour tout réel x  0, f ’(x) = -1 +  e–x, où f ’ désigne la fonction dérivée de f.

b. En déduire le tableau de variation de f sur [0, + [.

3 -  a. Compléter le tableau des valeurs suivant :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| f (x) |   |   |   |   |   |

b.  Ecrire l’équation de la tangente (*T*) à (C ) au point d’abscisse x0 = 0.

c.  Représenter graphiquement les droites (D ),(*T* ) et la courbe (C ) dans  P.

4 -     Pour tout  x  0, on pose  F(x) =

a.       Montrer que F est une primitive de f.

b.       En déduire, en cm2, l’aire du domaine plan limité par la courbe (C ),

l’axe des abscisses  x ’ox et les deux droites d’équations x = 0 et x = 1.

On donne :    e–1  =  0,36  ;    e–2  =  0,13  ;        e–3  =  0,05.Bas du formulaire

Problème 2

**A.** On considère la fonction g définie sur par : g(x) = x² - 2lnx.

1° Etudier le sens de variation de g.

2° En déduire le signe de g(x) sur .

**B.** On considère la fonction f définie surDf = par f(x) = .

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (*O, i, j*) d’unité 2 cm.

1° Calculer les limites aux bornes de Df.

2° Montrer que la droite (D) d’équation y = est une asymptote à (C) et étudier leurs positions relatives.

3° Calculer f’(x) et dresser le tableau de variation de f.

4° Montrer qu’il existe un seul point B de la courbe (C) où la tangente (T) à (C) est parallèle à la droite (D).

 Préciser les coordonnées de B

5° Montrer qu’il existe un seul réel unique  ∈ ]0,3 ; 0,4[ tel que f() = 0.

6° Tracer (T), (*D*) et (C) en prenant  = 0,35.

7° Calculer, en cm2, l’aire du domaine plan limité par (C), la droite (D) et les droites d’équations x = 1 et x = e.