**Exercice 1** : Avec une règle, un compas et un crayon, construire les angles suivants : .

**Exercice 2** : Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct$\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

On considère les points A(1 + 2i) , B(3 –5 i) et W(1 – i).

1° Etablir l’expression complexe de chaque transformation suivante :

a : *t* = $t\_{\vec{u}-2\vec{v}}$ b : *h* = $h\_{\left[W;2\right]}$ c : *r* = $r\_{\left[W; \frac{π}{3}\right]}$ d : s1 = r o h e : s2 = h o r

f: f = t o r g : g = h o t h : r-1 i : t-1 j : h-1

2° Déterminer les affixes des images de A et B par chacune des transformations de la question précédente.

**Exercice** 3 :

1° ABCD est un carré de coté a tel que $\left(\vec{AB}, \vec{AD}\right)=\frac{π}{2}$ . Construire son image par la similitude plane directe de centre A, d'angle et de rapport a.

2° ABC est un triangle équilatéral tel que $\left(\vec{AB};\vec{AC}\right)=\frac{π}{3}$ . Construire son image par la similitude de centre A, d'angle et de rapport 2.

3° ABC est un triangle rectangle en C et isocèle avec $\left(\vec{AB};\vec{AC}\right)=\frac{π}{4}$. Construire l'image de B par la similitude directe de centre A, qui transforme C en B.

4° Construire l'image d'un rectangle ABCD vérifiant $\left(\vec{AB}, \vec{AD}\right)=\frac{π}{2}$ par la similitude de centre A, qui transforme D en C.

**Exercice** 4 : ABC est un triangle rectangle en A vérifiant $\left(\vec{AB};\vec{AC}\right)=\frac{π}{2}$. [AH] est une hauteur. On considère la similitude de centre H qui transforme A en B. Déterminer son rapport, son angle et l'image du point C.

**Exercice** 5 : ABCD est un carré de centre O avec $\left(\vec{AB}, \vec{AD}\right)=\frac{π}{2}$. On considère la similitude de centre D qui transforme O en C.

a) Déterminer son angle et son rapport.

b) Déterminer l'image du point A

c) Construire l'image du point C.

**Exercice** 6 : ABC est un triangle équilatéral de sens direct et de centre O ; h est une homothétie dont on donne le centre et le rapport ; r est une rotation dont on donne le centre et l'angle ; on note f = h o r et g = r o h.

Dans chacun des cas suivant :

- construire les images de A, B, C par f et g

- préciser la nature, l'angle et le rapport de f et g.

- si c'est possible sans calcul, préciser le centre de f et g.

**a**) $h\_{\left[A;2\right]}$ et $r\_{\left[B;\frac{π}{3}\right]}$ **b**) $h\_{\left[A;-2\right]}$et $r\_{\left[B:\frac{4π}{3}\right]}$ **c**) $h\_{\left[C;-1\right]}$ et $r\_{\left[A;\frac{π}{3}\right]}$ **d**) $h\_{\left[B;\sqrt{3}\right]}$ et $r\_{\left[A;π\right]}$

**Exercice** 7 : f est l’application dans C par f(z) = z’ = az + b. Dans chaque cas suivant, donner la nature et les éléments géométriques de f :

z’ = z + 2 – i ; z’ = z – 2i ; z’ = -2z + 3 – 4i ; z’ = 3z; z’ = z – 1; z’ = 4z – 1 + 3i;

z’ = (1 + i)z –i + 1; z’ = (1 + i)z + i; z’ = (1 - i)z + I; z’ = (2 – 2i)z + 1 – 5i

**Exercice** 8: ABCD est un carré de sens direct et de centre O.I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [OB].

Identifier dans chaque cas la similitude directe S définie par :

a) S(A) = O ; S(B) = D b) S(A) = O ; S(I) = D

c) S(I) = C ; S(O) = D d) S(I) = J ; S(J) = O

**Exercice** 9: Dans le plan complexe, on considère les points A, B, A', B' d'affixes respectives : z1 = 1 + i ; z2 = 3 + 2i ; z1' = -1 +2i ; z2' = -3 +6i

Déterminer l'application complexe z' = az+b associée à la transformation affine qui, au couple (A, B) fait correspondre le couple (A', B').

Quelle est la nature de cette transformation et quels en sont les éléments?

**Exercice** 10 : Dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, l’application f, qui à tout point M(x ; y) fait correspondre le point M’(x’ ; y’) est définie par :

f : $\left\{\begin{array}{c}x^{'}=x-y+2\\y^{'}=x+y-3\end{array}\right.$.

On pose z = x + yi et z’ = x’ + y’i les nombres complexes associée à ces points.

Exprimer z’ en fonction de z. Montrer que f est une similitude plane directe que l‘on précisera.

**Exercice** 11 : h est l’homothétie de centre W(-i) et de rapport 2et r est la rotation de centre W’(1) et d’angle . Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des applications S = h o r et S’ = r o h. A-t-on S’= S ?

**Exercice** 12 : ABCD est un rectangle tel que $\left(\vec{AB}, \vec{AD}\right)=\frac{π}{2}$, BC = 2 AB et D est le milieu de [AE]. I est le symétrique de A par rapport à (BD).

1° Construire A, B, C, D, E et I.

2° On considère la similitude directe S de centre I qui transforme B en D. Déterminer son angle, son rapport et l'image du point A.

3° Montrer que I, C et E sont alignés. Trouver l'antécédent de C par S.

4° Reprendre les questions précédentes en utilisant les nombres complexes.

**Bac 2009**:Le plan complexe (P )est muni d’un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$d’unité : 1 cm

1) P est le polynôme de la variable complexe z défini par :

P(z) = z3 – (6+2i)z2 + (10+8i)z – 4 – 8i.

a)     Calculer P(2) b)     Résoudre dansC l’équation P(z) = 0

2) On donne les points A, B, C et D d’affixes respectives a = 1 + i ; b = 2 ; c = 3 + i et d.

a) Calculer d pour que ABCD soit un carré

b) On considère la similitude plane directe S définie par son expression complexe : z’ = (1 + i) z + 4i

- Donner les éléments caractéristiques de S

- Déterminer l’expression analytique de S

3) Construire dans le même repère ABCD et A’B’C’D’ son image par S

**Bac 2010** : Le plan complexe (P )est muni d’un repère orthonormé direct R = $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$d’unité : 2 cm.

1° On considère les points S, R et D d’affixes respectives -4, 1 – i et 3i.

Représenter dans R l’image du triangle SRD par la similitude plane directe de centre R, d’angle et de rapport .

2° Soit  le nombre défini par  = .

1. Interpréter géométriquement .
2. M étant le point d’affixe z, préciser la nature des ensembles () et () définis respectivement par (D) = {M(z) / || = 1} et () = {M(z)/ arg = }. On justifiera que () ne passe pas par l’origine des axes.
3. Construire dans R ; () et ().

3° On donne le polynôme Q, de la variable complexe z, défini par :

Q(z) = z4 – 3iz3 + 8iz + 24.

a) Calculer Q(3i). b) Ecrire sous forme trigonométrique les solutions de Q(z) = 0.

**Bac 2011** : Soit l’équation (E) : z3 + (1 – i)z² + (-8 + 4i)z – 4 – 28i = 0

1°) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure i où est un nombre réel que l’on déterminera.

2°) a- Montrer que (E) peut s’écrire sous la forme : (z – i)(az² + bz + c) = 0 où a, b, c sont des nombres complexes à déterminer.

      b- Résoudre dans C l’équation (E)

3°) Dans le plan complexe (P) muni d’un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ , d’unité 1 cm, on donne  les points  A, B, et C d’affixes respectives 2i ; 3 +  i et 4 + 2i .

      a- Placer les points A, B, et C dans le plan (P).

      b- On pose Z = $\frac{z\_{B}-z\_{A}}{z\_{C}-z\_{A}}$ Ecrire Z sous forme trigonométrique

 c- En déduire la nature du triangle ABC.

      d- Trouver l’affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme

4°) Soit S la transformation d’expression complexe z’ = iz   2i

      a-  Quelle est la nature de S et donner ses éléments caractéristiques.

      b-  Construire l’image A’B’C’D’de ABCD par S-1

**Bac 2012**: 1) Calculer (2– i)2. En déduire la résolution dans C l'équation

(E) : iz2 – iz + 1 + i = 0

2) Soit P le polynôme de variable complexe z définie par : P(z) = z3 – (4+i)z2 + (7+i)z – 4.

a) Montrer que l’équation P(z) = 0 admet une solution réelle positive α que l’on déterminera.

b) Déterminer les nombres a et b tels que : P(z)= (z – 1)(z – 2 – 2i)(az + b)

3) Dans le plan complexe muni d’un repère orthogonal direct R = $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les trois points A,B et C, d’affixes respectives : 1 ; 2 + 2i et 1 – i .

a) Donner la forme trigonométrique de U =

b) En déduire la nature du triangle OBC

4) Soit S la similitude plane directe telle que : $\left\{\begin{array}{c}x^{'}=x+y-1\\y^{'}=-x+y+2\end{array}\right.$ .

Déterminer l’expression complexe de S et préciser ses éléments caractéristiques.

 **Bac 2015** : Soit f une transformation définie dans le plan complexe (P) qui, à tout point M d’affixe z associe le point m’ d’affixe z’ = f(z) = .

1° a) Déterminer l’ensemble de définition Df de f.

 b) Résoudre dans C l’équation f(z) = z.

 2° Le plan (P) est muni d’un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ d’unité 1 cm. On considère les points A, B, C et M’affixes respectives -2 + i, 1 – i, 3 + 2i et z.

a) Déterminer et construire l’ensemble (D) ={M(z)/ f(z) soit réel}

b) On pose $Z=\frac{z\_{A}-z\_{B}}{z\_{C}-z\_{B}}$. Donner la forme trigonométrique de Z et en déduire la nature du triangle ABC.

3° Calculer l’affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un carré.

4° Soit S la similitude plane directe de rapport , d’angle et S(B) = C.

On note S : z’ = az + b la forme complexe de S.

 a) Donner la forme algébrique du nombre complexe a.

 b) En déduire la valeur du nombre complexe b.

 c) Préciser le centre de S.