Correction 1

1. a. La suite $(\,2\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 11\ ;\ 14\ ;\ \dots\,)$ est la suite de premier terme 2 et dont un terme est obtenue en fonction des précédents grâce à la formule :
$u_{n+1} = u_n + 3$
C'est à dire qu'un terme est obtenu en ajoutant 3 au terme précédent.d

b. La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$v_0 = 2\quad ;\quad v_{n+1} = 3{\cdot}v_n$
a ses premiers termes valant :
$(\,2\ ;\ 6\ ;\ 18\ ;\ 54\ ;\ 162\ ;\ \dots\,)$
C'est à dire qu'un terme est obtenu en multipliant le terme précédent par 3.

c. La suite $(\,6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ -6\ ;\ \dots\,)$ représente les premiers termes de la suites $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$w_0 = 6\quad ;\quad w_{n+1} = (-1){\cdot}w_n$
C'est à dire qu'un terme est obtenue en prenant l'opposé du terme précédent.

d. Les premiers termes de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la relation de récurrence :
$a_0 = 1\quad ;\quad a_{n+1} = 2{\cdot}a_n + 1$
sont :
$(\,1\ ;\ 3\ ;\ 7\ ;\ 15\ ;\ 31\ ;\ \dots\,)$
C'est à dire qu'un terme est obtenu en multipliant le terme précédent par 2 puis en ajoutant 1.

2. a. Considérons la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$u_n = 2{\cdot}n$
Cette suite a ses permiers termes valant :
$(\,0\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 8\ ;\ \dots\,)$

b. La suite $(w_n))_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :
$v_n = 5{\cdot}n + 1$
a ses premiers termes égaux à :
$(\,1\ ;\ 6\ ;\ 11\ ;\ 16\ ;\ 21\ ;\ \dots\,)$

c. La suite $(\,1\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 8\ ;\ 16\ ;\ 32\ ;\ \dots\,)$ est définie explicitement par la formule :
$w_n = 2^n$

d. La formule explicite :
$a_n = \sqrt{2^n}$
définie la suite $(a_n)_{n\in\ltimes}$ dont les premiers termes sont :
$(\,1\ ;\ \sqrt{2}\ ;\ 2\ ;\ \sqrt{8}\ ;\ 4\ ;\ \sqrt{32}\ ;\ \dots\,)$

e. La suite $(2\ ,\ \dfrac{3}{2}\ ,\ \dfrac{4}{3}\ ,\ \dfrac{5}{4}\ ,\ \dots)$ sont les premiers termes de la suite $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par la formule explicite :
$b_n = \dfrac{n+2}{n+1}$

Correction 2

a. Voici les cinq premiers termes de la suite (u_n) :
- $u_0 = 5$
- $u_1 = u_0 + 2 = 5 + 2 = 7$
- $u_2 = u_1 + 2 = 7 + 2 = 9$
- $u_3 = u_2 + 2 = 9 + 2 = 11$
- $u_4 = u_3 + 2 = 11 + 2 = 13$

b. Voici les cinq premiers termes de la suite (v_n) :
- $v_0 = 3$
- $v_1 = 2{\cdot}v_0 = 2{\times}3 = 6$
- $v_2 = 2{\cdot}v_1 = 2{\times}6 = 12$
- $v_3 = 2{\cdot}v_2 = 2{\times}12 = 24$
- $v_4 = 2{\cdot}v_3 = 2{\times}24 = 48$

c. Voici les cinq premiers termes de la suite (w_n) :
- $w_0 = 2$
- $w_1 = -w_0 = -2$
- $w_2 = -w_1 = -(-2) = 2$
- $w_3 = -w_2 = -2$
- $w_4 = -w_3 = -(-2) = 2$

d. Voici les cinq premiers termes de la suite (x_n) :
- $x_0 = 4$
- $x_1 = 2{\cdot}x_0 - 2 = 2{\times}4 - 2 = 6$
- $x_2 = 2{\cdot}x_1 - 2 = 2{\times}6 - 2 = 10$
- $x_3 = 2{\cdot}x_2 - 2 = 2{\times}10 - 2 = 18$
- $x_4 = 2{\cdot}x_3 - 2 = 2{\times}18 - 2 = 34$

e. Voici les cinq premiers termes de la suite (y_n) :
- $y_0 = 1$
- $y_1 = 1$
- $y_2 = y_0 + y_1 = 1 + 1 = 2$
- $y_3 = y_1 + y_2 = 1 + 2 = 3$
- $y_4 = y_2 + y_3 = 2 + 3 = 5$

Correction 3

a.
- $u_0 = \dfrac{0+1}{0+2} = \dfrac{1}{2}$
- $u_1 = \dfrac{1+1}{1+2} = \dfrac{2}{3}$
- $u_2 = \dfrac{2+1}{2+2} = \dfrac{3}{4}$
- $u_3 = \dfrac{3+1}{3+2} = \dfrac{4}{5}$
- $u_4 = \dfrac{4+1}{1+2} = \dfrac{5}{6}$

b.
- $u_0 = 3$
- $u_1 = 2{\cdot}u_0 - 2 = 2{\times}3 - 2 = 6 - 2 = 4$
- $u_2 = 2{\cdot}u_1 - 2 = 2{\times}4 - 2 = 8 - 2 = 6$
- $u_3 = 2{\cdot}u_2 - 2 = 2{\times}6 - 2 = 12 - 2 = 10$
- $u_4 = 2{\cdot}u_3 - 2 = 2{\times}10 - 2 = 20 - 2 = 18$

c.
- $u_0 = \sqrt{0^2 + 0 + 1} = \sqrt{1}$
- $u_1 = \sqrt{1^2 + 1 + 1} = \sqrt{3}$
- $u_2 = \sqrt{2^2 + 2 + 1} = \sqrt{7}$
- $u_3 = \sqrt{3^2 + 3 + 1} = \sqrt{13}$
- $u_4 = \sqrt{4^2 + 4 + 1} = \sqrt{21}$

d.
- $u_0 = 1$
- $u_1 = 2{\cdot}u_0 - 2 = 2{\times}1 - 2 = 0$
- $u_2 = 2{\cdot}u_1 - 2 = 2{\times}0 - 2 = -2$
- $u_3 = 2{\cdot}u_2 - 2 = 2{\times}(-2) - 2 = -6$
- $u_4 = 2{\cdot}u_3 - 2 = 2{\times}(-6) - 2 = -14$

e.
- $u_0 = \dfrac{0-2}{0+1} = -\dfrac{2}{1} = -2$
- $u_1 = \dfrac{1-2}{1+1} = -\dfrac{1}{2}$

- $u_2 = \dfrac{2-2}{2+1} = 0$
- $u_3 = \dfrac{3-2}{3+1} = \dfrac{1}{4}$
- $u_4 = \dfrac{4-2}{4+1} = \dfrac{2}{3}$

f.
- $u_0 = 2$
- $u_1 = \dfrac{u_0-2}{u_0+1} = \dfrac{2-2}{2+1} = 0$
- $u_2 = \dfrac{u_1-2}{u_1+1} = \dfrac{0-2}{0+1} = -2$
- $u_3 = \dfrac{u_2-2}{u_2+1} = \dfrac{-2-2}{-2+1} = \dfrac{-4}{-1} = 4$
- $u_4 = \dfrac{u_3-2}{u_3+1} = \dfrac{4-2}{4+1} = \dfrac{2}{5}$

Correction 4

1. La suite (u_n) étant une suite arithmétique de raison 5, on en déduit la relation de récurrence suivante :
$u_{n+1} = u_n + 5$

On en déduit la valeur suivante des cinq premiers termes de cette suite :
- $u_0 = 3$
- $u_1 = u_0 + 5 = 3 + 5 = 8$
- $u_2 = u_1 + 5 = 8 + 5 = 13$
- $u_3 = u_2 + 5 = 13 + 5 = 18$
- $u_4 = u_3 + 5 = 18 + 5 = 23$

2. Voici les six premiers termes de la suite (v_n) :
- $v_0 = 6$
- $v_1 = v_0 - 2 = 6 - 2 = 4$
- $v_2 = v_1 - 2 = 4 - 2 = 2$
- $v_3 = v_2 - 2 = 2 - 2 = 0$
- $v_4 = v_3 - 2 = 0 - 2 = -2$
- $v_5 = v_4 - 2 = -2 - 2 = -4$

Correction 5

1. Une suite géométrique de raison 3 vérifie la relation de récurrence suivante :
$u_{n+1} = 3{\cdot}u_n$

Voici les cinq premiers termes de la suite (u_n) :
- $u_0 = 2$
- $u_1 = 3\times u_0 = 3\times 2 = 6$
- $u_2 = 3\times u_1 = 3\times 6 = 18$
- $u_3 = 3\times u_2 = 3\times 18 = 54$
- $u_4 = 3\times u_3 = 3\times 54 = 162$

2. Voici les six premiers termes de la suite (v_n) :
- $v_0 = -2$
- $v_1 = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_0 = \dfrac{1}{2}\times(-2) = -1$
- $v_2 = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_1 = \dfrac{1}{2}\times(-1) = -\dfrac{1}{2}$
- $v_3 = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_2 = \dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{4}$
- $v_4 = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_3 = \dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{1}{4}\right) = -\dfrac{1}{8}$
- $v_5 = \dfrac{1}{2}{\cdot}v_4 = \dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{1}{8}\right) = -\dfrac{1}{16}$

Correction 6

1. Pour montrer que la suite (u_n) est arithmétique, il suffit montrer que la différence de deux termes consécutifs est constante ; étudions la différence suivante :
$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \big[3(n+1)+2\big] - \big[3n+2\big] \\ &= 3n+3+2-3n+2 = 3 \end{aligned}$$
On vient d'établir que la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison 3.

2. Pour montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique, il suffit de montrer que le quotient de deux termes consécutifs est constant :
$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2\times 3^{n+1}}{2\times 3^n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3^{(n+1)-n} = 3^1 = 3$$
La suite (v_n) est géométrique de raison 3.

Correction 7

1. La différence de deux termes consécutifs de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ donne :
$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \big(-32{\cdot}(n+1)+102\big) - \big(-32{\cdot}n+102\big) \\ &= -32{\cdot}n - 32 + 102 + 32{\cdot}n - 102 \\ &= -32 \end{aligned}$$
Puisque, on a : $u_{n+1}-u_n<0$ pour tout $n\in\mathbb{N}$
La différences de deux termes quelconques de la suite est négatif. On en déduit que la suite (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

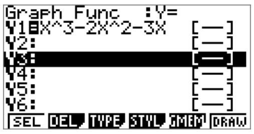
2. La différence de deux termes consécutifs de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ donne :
$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \sqrt{2(n+1)-1} - \sqrt{2n-1} \\ &= \frac{\big(\sqrt{2(n+1)-1}-\sqrt{2n-1}\big)\big(\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n-1}\big)}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n-1}} \\ &= \frac{\big[2(n+1)-1\big]-(2n-1)}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n-1}} = \frac{2(n+1)-1-2n+1}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n+1}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2(n+1)-1}+\sqrt{2n+1}} \ > \ 0 \end{aligned}$$
La suite (v_n) est une suite croissante sur $\mathbb{N}$ puisque la différence de deux termes consécutifs est toujours positif.

3. Etudions la différence $w_{n+1}-w_n$:
$$\begin{aligned} w_{n+1} - w_n &= \Big[2(n+1) - \frac{25}{n+1}\Big] - \Big[2n - \frac{25}{n}\Big] \\ &= 2n+2-\frac{25}{n+1} - 2n + \frac{25}{n} = 2 + \frac{25}{n} - \frac{25}{n+1} \\ &= 2 + \frac{25(n+1)}{n(n+1)} - \frac{25n}{n(n+1)} = 2 + \frac{25(n+1)-25n}{n(n+1)} \\ &= 2 + \frac{25}{n(n+1)} \ > \ 0 \end{aligned}$$
La différence de deux termes de la suite (w_n) étant positif sur $\mathbb{N}$, on en déduit la croissance de cette suite.

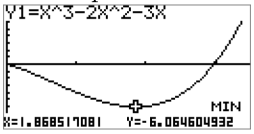
Correction 8

1. Voici comment saisir la fonction associée à la suite sur la

calculatrice :

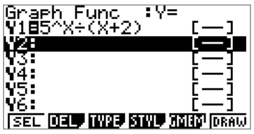


Le tracé de la courbe représentative de la fonction donne :

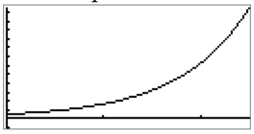


On en déduit que la suite est croissante à partir du rang 2.

2. Voici comment saisir la fonction associée à la suite sur la calculatrice :

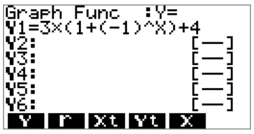


Le tracé de la courbe représentative de la fonction donne :

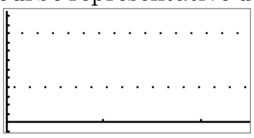


On en déduit que la suite est croissante sur $\mathbb{R}$.

3. Voici comment saisir la fonction associée à la suite sur la calculatrice :

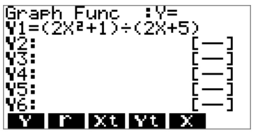


Le tracé de la courbe représentative de la fonction donne :

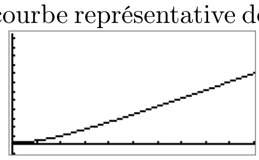


On en déduit que la suite est alternée.

4. Voici comment saisir la fonction associée à la suite sur la calculatrice :



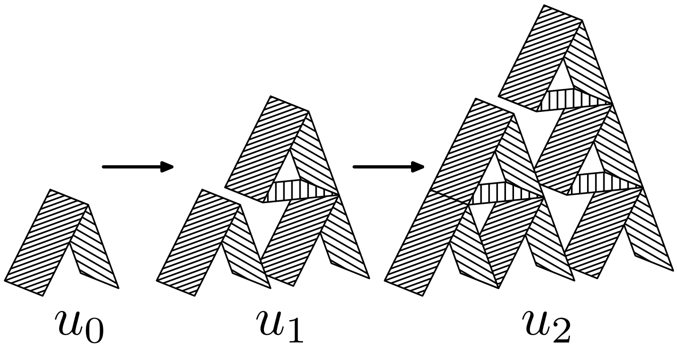
Le tracé de la courbe représentative de la fonction donne :



On en déduit que la suite est croissante sur $\mathbb{R}$.

Correction 9

Pour obtenir une relation de récurrence entre les étapes de cette construction, on peut mettre en avant la construction suivante :



Ce procédé permet de conjecturer une caractérisation de cette suite :

$u_0 = 2 \quad ; \quad u_{n+1} = u_n + 2 + 3\cdot(n+1)$

On obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 = u_0 + 2 + 3\times1 = 2 + 2 + 3 = 7$
- $u_2 = u_1 + 2 + 3\times2 = 7 + 2 + 6 = 15$
- $u_3 = u_2 + 2 + 3\times3 = 15 + 2 + 9 = 26$
- $u_4 = u_3 + 2 + 3\times4 = 26 + 2 + 12 = 40$