Exercice 1

1. Voici des exemples de suites de nombres :

   a. $(2\ ;\ 5\ ;\ 8\ ;\ 11\ ;\ 14\ ;\ \dots)$

   b. $(2\ ;\ 6\ ;\ 18\ ;\ 54\ ;\ 162\ ;\ \dots)$

   c. $(6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ -6\ ;\ 6\ ;\ -6\ ;\ \dots)$

   d. $(1\ ;\ 3\ ;\ 7\ ;\ 15\ ;\ 31\ ;\ \dots)$

   Pour chacune de ces suites des nombres; trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction des valeurs précédentes.

2. Voici d'autres exemples de suites numériques :

   a. $(0\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 6\ ;\ 8\ ;\ \dots)$

   b. $(1\ ;\ 6\ ;\ 11\ ;\ 16\ ;\ 21\ ;\ \dots)$

   c. $(1\ ;\ 2\ ;\ 4\ ;\ 8\ ;\ 16\ ;\ 32\ ;\ \dots)$

   d. $(1\ ;\ \sqrt{2}\ ;\ 2\ ;\ \sqrt{8}\ ;\ 4\ ;\ \sqrt{32}\ ;\ \dots)$

   e. $\left(2\ ;\ \dfrac{3}{2}\ ;\ \dfrac{4}{3}\ ;\ \dfrac{5}{4}\ ;\ \dots\right)$

   Pour chacune de ces suites des nombres trouver la relation qui permet d'obtenir une valeur en fonction de sa position dans la suite.

Exercice 2

On considère les suites numériques, ci-dessous, définies sur $\mathbb{N}$ par récurrence : c'est à dire en fonction de leur valeur initiale et d'une relation avec les termes précédents.

a. $u_0 = 5\ ;\ u_{n+1} = u_n + 2$

b. $v_0 = 3\ ;\ v_{n+1} = 2\cdot v_n$

c. $w_0 = 2\ ;\ w_{n+1} = -w_n$

d. $x_0 = 4\ ;\ x_{n+1} = 2\cdot x_n - 2$

d. $x_0 = 1\ ;\ x_1 = 1\ ;\ x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$

Déterminer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 3

Pour chaque question, déterminer les cinq premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a. $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

b. $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 2\ ;\ u_0 = 3$

c. $u_n = \sqrt{n^2+n+1}$

d. $u_{n+1} = 2\cdot u_n - 2\ ;\ u_0 = 1$

e. $u_n = \dfrac{n-2}{n+1}$

f. $u_{n+1} = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}\ ;\ u_0 = 2$

Exercice 4

1. On considère la suite (u_n) arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.
   Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) arithmétique définie par :
   $v_0 = 6 \quad ; \quad v_{n+1} = v_n - 2$

   Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 5

1. On considère la suite (u_n) géométrique de premier terme 2 et de raison 3.
   Déterminer les cinq premiers termes de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) géométrique définie par :
   $v_0 = -2 \quad ; \quad v_{n+1} = \dfrac{1}{2}\cdot v_n$

   Déterminer la valeur des 6 premiers termes de la suite (v_n).

Exercice 6

1. On considère la suite (u_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
   $u_n = 3\cdot n + 2$

   Justifier que la suite (u_n) est une suite arithmétique. Donner la raison de cette suite.

2. On considère la suite (v_n) définie explicitement par la relation en fonction du rang n :
   $v_n = 2\times 3^n$

   Justifier que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner la raison de cette suite.

Exercice 7

Dans cet exercice, on utilisera la méthode de la différence pour prouver la monotonie des suites :

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

   $u_n = -32n + 102$

   Montrer que cette suite est décroissante.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :

   $v_n = \sqrt{2n-1}$

   Montrer que cette suite est croissante.

3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite dont le terme de rang n est définie par :
   $w_n = 2n - \dfrac{25}{n}$

   Montrer que la suite (w_n) est croissante.

Exercice 8

Pour chaque question, utiliser la calculatrice pour effectuer une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n) sur $\mathbb{N}$ définie par :

a. $u_n = n^3 - 2n^2 - 3n$

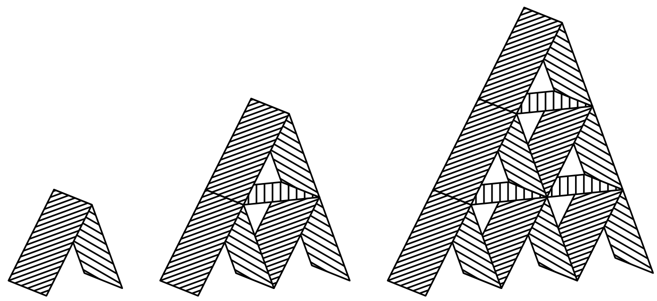
b. $u_n = \dfrac{5^n}{n+2}$

c. $u_n = 3\big[1 + (-1)^n\big] + 4$

d. $u_n = \dfrac{2n^2+1}{2n+5}$

Exercice 9

On considère la construction d'un château de cartes :



1^{er} étape $\quad 2^{\text{ième}}$ étape $\quad 3^{\text{ième}}$ étape

Combien de cartes faut-il pour réaliser la 4ième étape de cette construction ? pour la 5ième étape ?

